

1. 다섯 개의 변량 8, 7,  $x$ ,  $y$ , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때,  $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7,  $x$ ,  $y$ , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8, \quad x+y+24=40$$

$$\therefore x+y=16 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-105 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-105=16 \times 16-105=151$$

$$\therefore x^2+y^2=151 \cdots \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$$

$$16^2=151+2xy, \quad 2xy=105$$

$$\therefore 4xy=210$$

2. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수  $a, b$  에 대하여  $-\frac{ab}{3}$  의 값을 구하여라.

| 이름    | 선영 | 수림 | 영진 | 희숙  | 경민  | 유림 |
|-------|----|----|----|-----|-----|----|
| 편차(점) | -3 | -4 | 3  | $a$ | $b$ | 2  |

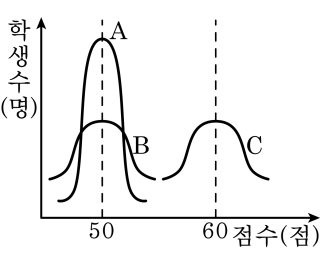
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

편차의 합은 0 이므로  
 $-3 - 4 + 3 + a + b + 2 = 0$   
 $\therefore a + b = 2 \dots\dots\textcircled{A}$   
 또한, 분산은 8 이므로  
 $\frac{(-3)^2 + (-4)^2 + 3^2 + a^2 + b^2 + 2^2}{6} = 8$   
 $a^2 + b^2 + 38 = 48$   
 $a^2 + b^2 = 10 \dots\dots\textcircled{B}$   
 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$  에  $\textcircled{A}, \textcircled{B}$  을 대입하면  
 $2^2 = 10 + 2ab, \quad 2ab = -6 \quad \therefore ab = -3$   
 따라서  $-\frac{ab}{3} = -\frac{-3}{3} = 1$  이다.

3. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.)



보기

- ㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
- ㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
- ㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
- ㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
- ㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.  
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

4. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

| 이름      | A   | B  | C   | D   | E   |
|---------|-----|----|-----|-----|-----|
| 평균(점)   | 67  | 77 | 65  | 70  | 68  |
| 표준편차(점) | 2.1 | 2  | 1.3 | 1.4 | 1.9 |

- ① A                      ② B                      ③ C                      ④ D                      ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.



5. 다섯 개의 변량 5, 7,  $x$ ,  $y$ , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때,  $2xy$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7,  $x$ ,  $y$ , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y + 8}{5} = 6, \quad x + y + 20 = 30$$

$$\therefore x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (x - 6)^2 + (y - 6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8 - 6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1 + 1 + x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + 4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 12(x + y) + 78}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 12(x + y) + 78 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12(x + y) = -53 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에  $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 12(x + y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 67 \quad \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy, \quad 10^2 = 67 + 2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

6. 성적이 가장 높은 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

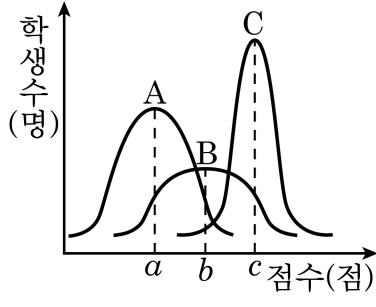
| 학급      | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 평균(점)   | 7        | 8        | 6        | 7        | 6        |
| 표준편차(점) | 1        | 2        | 1.5      | 2.4      | 0.4      |

- ① *A*
- ② *B*
- ③ *C*
- ④ *D*
- ⑤ *E*

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 높은 학급은 표준편차가 가장 작은 *E*이다.

7. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

**해설**

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

8. 다섯 개의 수 5, 3,  $a$ ,  $b$ , 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때,  $a^2 + b^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 5, 3,  $a$ ,  $b$ , 9 의 평균이 5 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 9}{5} = 5, a + b + 17 = 25$$

$$\therefore a + b = 8 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 6 이므로

$$\frac{(5 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (a - 5)^2}{5} +$$

$$\frac{(b - 5)^2 + (9 - 5)^2}{5} = 6$$

$$\frac{0 + 4 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25 + 16}{5} = 6$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70}{5} = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 8 - 40 = 40$$



9. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

| 학급    | A   | B           | C                     | D            | E          |
|-------|-----|-------------|-----------------------|--------------|------------|
| 평균(점) | 77  | 77          | 73                    | 70           | 82         |
| 표준편차  | 2,2 | $2\sqrt{2}$ | $\frac{\sqrt{10}}{2}$ | $\sqrt{4,5}$ | $\sqrt{5}$ |

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
- ③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 C 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

| 학급       | A                       | B                          | C                                                                | D            | E          |
|----------|-------------------------|----------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------|------------|
| 표준<br>편차 | $2,2$<br>$=\sqrt{4,84}$ | $2\sqrt{2}$<br>$=\sqrt{8}$ | $\frac{\sqrt{10}}{2}$<br>$=\sqrt{\frac{10}{4}}$<br>$=\sqrt{2,5}$ | $\sqrt{4,5}$ | $\sqrt{5}$ |

- ③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

10. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때,  $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

9   7   x   10   y

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

평균이 8이므로  
$$\frac{9 + 7 + x + 10 + y}{5} = 8$$
$$26 + x + y = 40$$
$$\therefore x + y = 14 \cdots \textcircled{1}$$
분산이 2이므로  
$$\frac{(9 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (x - 8)^2}{5}$$
$$+ \frac{(10 - 8)^2 + (y - 8)^2}{5}$$
$$= \frac{1 + 1 + (x - 8)^2 + (10 - 8)^2 + (y - 8)^2}{5} = 2$$
$$(x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 10 - 6 = 4$$
$$x^2 + y^2 - 16(x + y) + 128 = 4$$
위 식에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면  $x^2 + y^2 - 16(14) + 128 = 4$ 
$$\therefore x^2 + y^2 = 100$$

11. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

| 이름        | A | B   | C | D | E |
|-----------|---|-----|---|---|---|
| 평균 (시간)   | 5 | 6   | 5 | 3 | 9 |
| 표준편차 (시간) | 2 | 0.5 | 1 | 3 | 2 |

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

12. 네 개의 변량 4, 6,  $a$ ,  $b$ 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 40

③ 60

④ 80

⑤ 100

해설

변량 4, 6,  $a$ ,  $b$ 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$



13. 네 개의 수 5, 8,  $a$ ,  $b$ 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8,  $a$ ,  $b$ 의 평균이 4이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, \quad a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (8 - 4)^2 + (a - 4)^2 + (b - 4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a + b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a + b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a + b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에  $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a + b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

14. 다섯 개의 변량 4, 3,  $a$ ,  $b$ , 8의 평균이 6 이고, 분산이 4 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 100      ② 105      ③ 111      ④ 120      ⑤ 125

해설

다섯 개의 변량 4, 3,  $a$ ,  $b$ , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{4+3+a+b+8}{5} = 6, a+b+15 = 30$$

$$\therefore a+b = 15 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(4-6)^2 + (3-6)^2 + (a-6)^2 + (b-6)^2 + (8-6)^2}{5} = 4$$

$$\frac{4+9+a^2-12a+36+b^2-12b+36+4}{5} = 4$$

$$\frac{a^2+b^2-12(a+b)+89}{5} = 4$$

$$a^2+b^2-12(a+b)+89 = 20$$

$$\therefore a^2+b^2-12(a+b) = -69 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 12(a+b) - 69 = 12 \times 15 - 69 = 111$$

15. 다음 표는 수정이네 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 영어 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다섯 학급 중 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

| 이름      | <i>A</i> | <i>B</i>    | <i>C</i> | <i>D</i>     | <i>E</i>     |
|---------|----------|-------------|----------|--------------|--------------|
| 평균(점)   | 82       | 73          | 66       | 69           | 80           |
| 표준편차(점) | 1.2      | $2\sqrt{2}$ | 1.5      | $\sqrt{3.6}$ | $\sqrt{2.8}$ |

① *A*                      ② *B*                      ③ *C*                      ④ *D*                      ⑤ *E*

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 학급이다. 한편, 표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

| 이름      | <i>A</i>            | <i>B</i>               | <i>C</i>            | <i>D</i>     | <i>E</i>     |
|---------|---------------------|------------------------|---------------------|--------------|--------------|
| 표준편차(점) | $1.2 = \sqrt{1.44}$ | $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ | $1.5 = \sqrt{2.25}$ | $\sqrt{3.6}$ | $\sqrt{2.8}$ |

따라서 표준편차가 가장 작은 학급은 *A*이다.

16. 세 수  $a, b, c$ 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수  $a^2, b^2, c^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수  $a, b, c$ 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{1}$$

또,  $a, b, c$ 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

위의 식에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서  $a^2, b^2, c^2$ 의 평균은  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$  이다.