1. 다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9 의 평균이 8 이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$$

$\therefore\ x+y=16\cdots$㉠

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots$㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$,

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

2. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $-\frac{ab}{3}$ 의 값을 구하여라.

이름	선영	수림	영진	희숙	경민	유림
편차(점)	-3	-4	3	a	b	2

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

편차의 합은 0 이므로

$-3-4+3+a+b+2=0$

$\therefore\ a+b=2\ \cdots\cdots$ ㉠

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-3)^2+(-4)^2+3^2+a^2+b^2+2^2}{6}=8$$

$a^2+b^2+38=48$

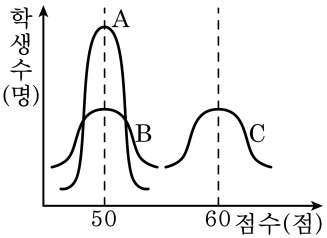
$a^2+b^2=10\ \cdots\cdots$ ㉡

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$2^2=10+2ab,\ \ 2ab=-6\ \ \therefore\ ab=-3$

따라서 $-\frac{ab}{3}=-\frac{-3}{3}=1$ 이다.

3. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

4. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

5. 다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로

$\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20 = 30$

$\therefore x+y = 10 \cdots\cdots ㉠$

또, 분산이 5 이므로

$\frac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2}{5}$

$+\frac{(8-6)^2}{5} = 5$

$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$

$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$

$x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2 = 12(x+y)-53 = 12\times 10-53 = 67$

$\therefore \ x^2+y^2 = 67 \quad \cdots\cdots ㉢$

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, \ \ 10^2 = 67+2xy, \ 2xy = 33$

$\therefore 2xy = 33$

6. 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

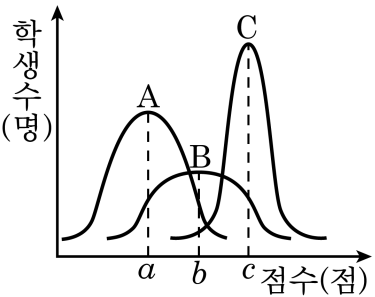
학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

7. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

8. 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이므로

$\frac{5+3+a+b+9}{5}=5,\ a+b+17=25$

$\therefore\ a+b=8\cdots$㉠

또, 분산이 6 이므로

$\frac{(5-5)^2+(3-5)^2+(a-5)^2}{5}+$

$\frac{(b-5)^2+(9-5)^2}{5}=6$

$\frac{0+4+a^2-10a+25+b^2-10b+25+16}{5}=6$

$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+70}{5}=6$

$a^2+b^2-10(a+b)+70=30$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times 8-40=40$

9. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

10. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때, x^2+y^2의 값을 구하여라.

9	7	x	10	y

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

평균이 8이므로

$$\frac{9+7+x+10+y}{5}=8$$

$$26+x+y=40$$

$$\therefore x+y=14\cdots ㉠$$

분산이 2이므로

$$\frac{(9-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(10-8)^2+(y-8)^2}{5}$$

$$=\frac{1+1+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5}=2$$

$$(x-8)^2+(y-8)^2=10-6=4$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+128=4$$

위 식에 ㉠을 대입하면 $x^2+y^2-16(14)+128=4$

$$\therefore x^2+y^2=100$$

11. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

이름	A	B	C	D	E
평균(시간)	5	6	5	3	9
표준편차(시간)	2	0.5	1	3	2

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

12. 네 개의 변량 $4,\ 6,\ a,\ b$ 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 $4,\ 6,\ a,\ b$ 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4}=5,\ a+b+10=20$$

$$\therefore\ a+b=10\cdots㉠$$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$$

$$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots㉡$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$$

13. 네 개의 수 5, 8, a, b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a, b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$$

$$\therefore\ a+b=3\cdots ㉠$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$$

$$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$$

$$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$$

$$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots ㉡$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times 3-21=3$$

14. 다섯 개의 변량 $4,\ 3,\ a,\ b,\ 8$의 평균이 6 이고, 분산이 4 일 때, a^2+b^2의 값은?

① 100 ② 105 ③ 111 ④ 120 ⑤ 125

해설

다섯 개의 변량 $4,\ 3,\ a,\ b,\ 8$ 의 평균이 6 이므로

$$\frac{4+3+a+b+8}{5}=6,\ a+b+15=30$$

$\therefore\ a+b=15\cdots$㉠

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(4-6)^2+(3-6)^2+(a-6)^2+(b-6)^2+(8+6)^2}{5}=4$$

$$\frac{4+9+a^2-12a+36+b^2-12b+36+4}{5}=4$$

$$\frac{a^2+b^2-12(a+b)+89}{5}=4$$

$$a^2+b^2-12(a+b)+89=20$$

$\therefore a^2+b^2-12(a+b)=-69\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=12(a+b)-69=12\times15-69=111$

15. 다음 표는 수정이네 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 영어 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다섯 학급 중 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	82	73	66	69	80
표준편차(점)	1.2	$2\sqrt{2}$	1.5	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{2.8}$

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 학급이다.
한편, 표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

이름	A	B	C	D	E
표준편차(점)	$1.2=\sqrt{1.44}$	$2\sqrt{2}=\sqrt{8}$	$1.5=\sqrt{2.25}$	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{2.8}$

따라서 표준편차가 가장 작은 학급은 A 이다.

16. 세 수 a, b, c 의 평균이 8 이고 분산이 3 일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots ㉠$$

또, a, b, c 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192 = 9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-16(24)+192 = 9$$

$$a^2+b^2+c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.