

1. 자연수 $\frac{540}{n}$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 고르면?

① 15, 60, 135, 540

② 5, 60, 180, 540

③ 5, 45, 180, 270

④ 3, 15, 90, 270

⑤ 5, 15, 180, 270

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5,$$

$\frac{540}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 자연수 n 은

$n = 3 \times 5, n = 2^2 \times 3 \times 5, 3^3 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이다.

2. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로

약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.

$$\therefore (3 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ (개)}$$

3. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니 $2^2 \times \square$ 가 되었다. 안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$$

$$\text{i) } 9 = 8 + 1$$

$$2^2 \times \square = 2^8$$

$$\therefore \square = 2^6$$

$$\text{ii) } 9 = 3 \times 3 = (2 + 1) \times (2 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^2 \times \square = 2^2 \times a^2 \text{ (단, } a \text{ 는 } 2 \text{ 가 아닌 소수이다.)}$$

$$\therefore a = 3, 5, 7, \dots$$

$$\therefore \square = 9, 25, 49$$

i), ii) 에서 가장 작은 수는 9 이다.

4. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

5. 50 보다 큰 두 자리의 자연수 A 와 21 의 최대공약수가 7 이다. 이러한 자연수 A 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 5 개

해설

$50 < A < 99$ 이고 7 의 배수이다.

$$7 \overline{) \underline{A \quad 21}}$$

$$a \quad 3$$

그런데, a 는 3 의 배수가 되면 안되므로

A 는 50 보다 큰 7 의 배수 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98 중 3 의 배수를 제외하면 5 개이다.

$\therefore$ 5 개

6. 두 정수 x, y 에 대하여 $|x| + |y| = 5$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 20 개

해설

$0 \leq |x|, 0 \leq |y|$ 이므로, $|x| + |y| = 5$ 를 만족하는 순서쌍 $(|x|, |y|)$ 은 $(|x|, |y|) = (0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)$ 이다.

x, y 는 0 을 제외하면 절댓값이 1 에서 5 인 수를 각각 두 개씩 가지므로,

$$\therefore \text{순서쌍 } (x, y) \text{ 의 개수} = 2 + 4 + 4 + 4 + 4 + 2 = 20(\text{개})$$

7. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ &\quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

8. 두 수 A 와 B 에서 A 의 절댓값이 B 의 절댓값의 2배이고, A 는 B 보다 9 만큼 작다고 한다. $A \times B < 0$ 일 때, $A \times B$ 를 구하면?

① -8

② -15

③ -18

④ -24

⑤ -32

해설

A 와 B 사이의 거리는 9 이고 A 와 원점 사이의거리가 B 와 원점 사이의 거리의 2 배이므로 $A = -6$, $B = 3$ $A \times B = -18$

9. A, B, C 는 모두 정수이고, $A \times B \times C = -30$, $A < B < C$ 이다. A 의 절댓값이 3 일 때, C 의 값이 될 수 있는 것을 모두 더하면 얼마인가?

① 5

② 8

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$A = 3$ 이면 $0 < A < B < C$, $A \times B \times C > 0$ 이므로 문제의 조건에 어긋난다.

따라서 $A = -3$, $B \times C = 10$

$A < B < C$ 이므로 $B = 1$ 일 때 $C = 10$, $B = 2$ 일 때 $C = 5$

$\therefore 10 + 5 = 15$

10. 수직선 위의 두 점 $A\left(-\frac{5}{12}\right)$, B 가 있다. 두 점의 중점 $H\left(-\frac{1}{24}\right)$ 과 두 점을 1 : 2 로 내분하는 P 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{8}$

해설

$$\frac{A+B}{2} = M \text{ 이므로, } -\frac{5}{12} + B = -\frac{1}{12}, B = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$-\frac{5}{12}$ 와 $\frac{4}{12}$ 를 1 : 2 로 내분하는 점 $P = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}$ 이다.

따라서 M 과 P 의 거리는 $-\frac{1}{24} - \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{8}$ 이다.

11. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수일 때,

$$\left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right]$$
 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5096

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095 \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times (5096 + 1) \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \\ &+ \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \end{aligned}$$

이므로

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 5096 ,$$

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 0. \times \times \times \times \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right] \\ &= [5096. \times \times \times \times] = 5096 \end{aligned}$$

12. 다음을 계산하여라.

$$-(1^2 - 2^2) - (3^2 - 4^2) - (5^2 - 6^2) - \cdots - (15^2 - 16^2)$$

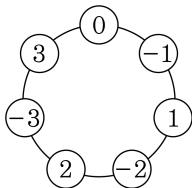
▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$$\begin{aligned} & -(1^2 - 2^2) - (3^2 - 4^2) - (5^2 - 6^2) - \cdots - (15^2 - 16^2) \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + (6^2 - 5^2) + \cdots + (16^2 - 15^2) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + 27 + 31 \\ &= 136 \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같은 판의 양의 정수 위에 말을 떨어뜨리면 시계 방향으로 2 칸, 음의 정수 위에 말을 떨어뜨리면 시계 방향으로 1 칸 이동하고, 0에 말을 떨어뜨리면 시계 반대 방향으로 3 칸 이동한다. 최초에 말을 0이 있는 칸에 놓으면, 2009번째 이동한 후에 말이 있는 위치는 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최초에 말이 0에 놓여 있으므로 말의 이동은,

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \dots$

따라서 말은 처음에 0이 나오고, 두번째부터 2, 3, -1, 1이 계속 반복되므로 $2008 \div 4 = 502$ 이다.

결국 2009번째 나오는 수는 1이다.

14. $x < |a|$ 에 대하여 a 는 자연수이고 x 는 유리수이다. x 의 값이 될 수 있는 수 중 분모가 11 인 기약분수의 개수가 360 개일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

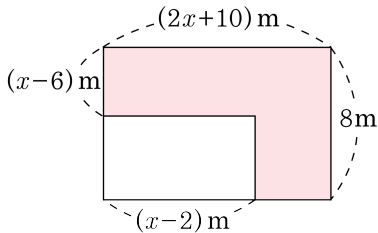
▷ 정답 : $a = 18$

해설

$x < |a|$ 이므로 분모가 11 인 기약분수 중 양수의 수는 180 개이다.
분모가 11 인 기약분수는 11 개의 수 중에 10 개씩 있으므로

$$a = \frac{198}{10} = 18 \text{ 이다.}$$

15. 가로 길이가 $(2x + 10)$ m, 세로 길이가 8m 인 직사각형 모양의 정원에 다음 그림과 같이 색칠한 부분에 장미꽃을 심으려고 한다. 장미꽃이 심어진 부분의 둘레의 길이를 x 를 사용한 식으로 나타내어라.



- ① $(2x + 10)$ m ② $(2x + 18)$ m ③ $(2x - 6)$ m
 ④ $(4x + 18)$ m ⑤ $(4x + 36)$ m

해설

$$(2x + 10 + 8) \times 2 = 4x + 36(\text{m})$$

16. 몸무게가 42 kg 인 연희가 시소의 왼쪽에 앉았고, 몸무게가 x kg 인 진희가 시소의 오른쪽에 앉아 있다. 연희 몸무게의 $\frac{4}{3}$ 배보다 2 kg 덜 나가는 지수가 시소의 오른쪽에 와서 앉았고, 진희 몸무게의 $\frac{3}{2}$ 배보다 13 kg 덜 나가는 준희가 와서 시소의 왼쪽에 앉았는데 시소가 평행이 되었다. 등식의 성질을 이용하여 진희의 몸무게를 등식의 성질을 이용하여 구하여라.

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 50 kg

해설

시소의 왼쪽에 앉은 사람은 연희와 준희이다.

연희의 몸무게는 42 kg 이고, 준희의 몸무게는 진희의 몸무게의 $\frac{3}{2}$ 배보다 13 kg 덜 나가므로 진희의 몸무게를 x kg 이라 하면

준희의 몸무게는 $\left(\frac{3}{2}x - 13\right)$ kg 이다. 그리고 시소의 오른쪽에 앉은 사람은 진희와 지수이다.

진희의 몸무게는 x kg 이고, 지수의 몸무게는 연희의 몸무게의 $\frac{4}{3}$ 배보다 2 kg 덜 나가므로

$$42 \times \frac{4}{3} - 2 = 54 \text{ (kg) 이다.}$$

따라서 왼쪽에 앉은 사람의 몸무게를 더하면

$$42 + \left(\frac{3}{2}x - 13\right) = \left(\frac{3}{2}x + 29\right) \text{ kg 이고,}$$

오른쪽에 앉은 사람의 몸무게를 더하면

$$(x + 54) \text{ kg 이다. 시소는 평행이 되었다고 하였으므로 } \frac{3}{2}x + 29 = x + 54 \text{ 이고,}$$

이 식을 등식의 성질을 이용하여 풀면

$$\frac{3}{2}x + 29 = x + 54$$

$$2 \times \frac{3}{2}x + 2 \times 29 = 2 \times x + 2 \times 54$$

$$3x + 58 = 2x + 108$$

$$3x + 58 - 58 = 2x + 108 - 58$$

$$3x = 2x + 50$$

$$3x - 2x = 2x - 2x + 50$$

$$\therefore x = 50$$

17. 다음 두 일차방정식의 해가 같을 때, 상수 $\frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{2}{5}x - 0.7 = \frac{x-1}{2} \dots \textcircled{㉠}$$

$$x(2a-1) = -\frac{2}{3}x + 1 \dots \textcircled{㉡}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

㉠식의 해를 먼저 구한 후, 그 해를 ㉡식에 대입하여 a 에 관한 일차방정식을 만들어서 a 를 구한다.

$$\textcircled{㉠}\text{식} : \frac{2}{5}x - 0.7 = \frac{x-1}{2}$$

$$10\left(\frac{2}{5}x - 0.7\right) = 10\left(\frac{x-1}{2}\right)$$

$$4x - 7 = 5x - 5$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

따라서 ㉠, ㉡ 식의 공통된 해는 $x = -2$ 이다.

㉡식 : $x(2a-1) = -\frac{2}{3}x + 1$ 에 $x = -2$ 를 대입한다.

$$-2(2a-1) = \frac{4}{3} + 1$$

$$-4a + 2 = \frac{7}{3}$$

$$-4a = \frac{1}{3}$$

$$a = -\frac{1}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \frac{1}{a} &\text{ 는 } 1 \div a = 1 \div \left(-\frac{1}{12}\right) \\ &= 1 \times (-12) \\ &= -12 \end{aligned}$$

이다.

18. 연속한 네 홀수 a, b, c, d ($a > b > c > d$)가 $\frac{2}{3} = \frac{c+d}{a+b}$ 를 만족한다.
 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 13$

해설

$a = x + 4, b = x + 2, c = x, d = x - 2$ 라고 하자.

$$\frac{2}{3} = \frac{c+d}{a+b} = \frac{x+x-2}{x+4+x+2} = \frac{2x-2}{2x+6}$$

$$4x + 12 = 6x - 6$$

$$-2x = -18$$

$$x = 9$$

$a = 13, b = 11, c = 9, d = 7$ 이다.

19. 어떤 공장에서 A , B , C 의 세 명이 매일 생산하는 기계 부품의 갯수는 1550 개라 한다. A 와 B 의 비율은 $3 : 4$, B 와 C 의 비율은 $6 : 5$ 로 기계부품을 생산한다면 A , B , C 각각이 생산하는 부품의 갯수는?

①

A	B	C
450	600	500

②

A	B	C
400	500	600

③

A	B	C
500	600	700

④

A	B	C
450	500	600

⑤

A	B	C
400	550	650

해설

A , B 가 생산하는 부품의 비는 $3 : 4 = 9 : 12$

B , C 가 생산하는 부품의 비는 $6 : 5 = 12 : 10$

따라서 A , B , C 가 생산하는 부품의 비는 $9 : 12 : 10$

총 갯수가 1550 이므로 $9k + 12k + 10k = 1550 \therefore k = 50$

$\therefore A : 450$ (개), $B : 600$ (개), $C : 500$ (개)

해설

$A : B = 3 : 4$, $B : C = 6 : 5$ 에서 $A : B : C = 9 : 12 : 10$

$A : 1550 \times \frac{9}{31} = 450$, $B : 1550 \times \frac{12}{31} = 600$, $C : 1550 \times \frac{10}{31} =$

500

20. 두 그릇 A, B 에 $a\%$ 의 소금물과 15% 의 소금물이 각각 들어 있다. 두 그릇의 소금물을 섞으면 13% 의 소금물이 되고, B 그릇의 소금물이 A 그릇의 소금물의 양의 2.5 배일 때, a 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

A 그릇의 소금물의 양을 xg 이라 하면, B 그릇의 소금물의 양을 $2.5xg$

$$\frac{a}{100} \times x + \frac{15}{100} \times 2.5x = \frac{13}{100}(x + 2.5x)$$

$$a + 37.5 = 45.5$$

$$\therefore a = 8$$

21. 점 P에 대하여 점 $P'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $P'(9, 11)$ 이 되는 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

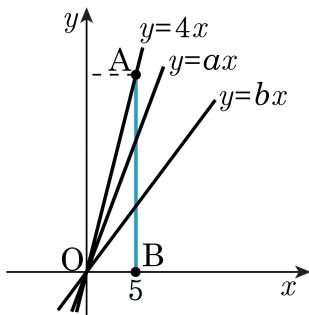
해설

$x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 에서

$9 = 2a + 3, 11 = -3b + 5$ 이고,

$a = 3, b = -2$ 이므로 $a + b = 1$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5,0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $(5, \frac{20}{3}), (5, \frac{40}{3})$ 이므로

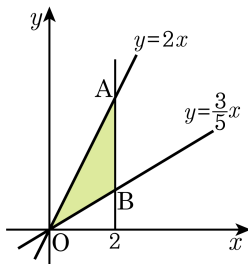
$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

23. 다음 그림과 같이 점 $(2, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선과 두 그래프가 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. 삼각형 AOB 의 넓이는?

- ① 2 ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$
 ④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

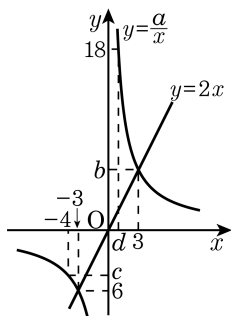


해설

점 A 의 좌표는 $(2, 4)$, 점 B 의 좌표는 $(2, \frac{6}{5})$ 이므로
 삼각형 AOB 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{6}{5}\right) \times 2 = \frac{14}{5}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $y = 2x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(3, b)$ 에서 만날 때, $a - 2b + 3c + 4d$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = 2x$ 에 $x = 3$, $y = b$ 를 대입하면 $b = 6$

점 $(3, 6)$ 은 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $6 = \frac{a}{3}$, $a = 18$

$$\therefore y = \frac{18}{x}$$

점 $(-4, c)$ 가 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $c = \frac{18}{-4} = -\frac{9}{2}$

점 $(d, 18)$ 이 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $d = 1$

$$\therefore a - 2b + 3c + 4d = 18 - 12 + 3 \times \left(-\frac{9}{2}\right) + 4 = -\frac{7}{2}$$