1. 다음<보기> 중 직선 $y = 2x + 1$과 서로 평행한 직선을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $y = -2x + 1$　　㉡ $y = 2(x + 3)$　　㉢ $\frac{1}{2}x + 1$

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉢　　④ ㉠, ㉢　　⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 평행한 직선들은 기울기가 같으므로 직선 $y = 2x + 1$과 평행한 직선은 ㉡이다.

2. 점 $(4,5)$ 와 직선 $3x-4y-2=0$ 사이의 거리를 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

거리 $d = \dfrac{|3\cdot 4 - 4\cdot 5 - 2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}$

$= \dfrac{10}{5} = 2$

3. 두 점 $A(1, 2)$, $B(3, 4)$로부터 같은 거리에 있는 점 P가 나타내는 직선의 x절편과 y절편의 합은?

① -10　② -4　③ 0　④ 5　⑤ 10

해설

$P(x,\ y)$라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$이므로

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2$

$y = -x + 5$

따라서 x절편은 5, y절편은 5이다.

$\therefore\ 5 + 5 = 10$

4. 다음 방정식 $x^2+y^2+2x-8y-8=0$ 이 나타내는 원의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$, 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a+b+r$ 의 값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

방정식 $x^2+y^2+2x-8y-8=0$을 정리하면
$(x+1)^2+(y-4)^2=5^2$ 이다.
따라서 방정식 $x^2+y^2+2x-8y-8=0$ 이 나타내는 원의 중심의 좌표는 $(-1,\ 4)$ 이고, 반지름의 길이는 5 이다.
$\therefore\ a+b+r=8$

5. 세 점 $A(-1,1)$, $B(2,-3)$, $C(k,k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow$ $\overline{BC}$ 의 기울기 $=$ $\overline{AB}$ 의 기울기

$\Rightarrow$ $\dfrac{k-1+3}{k-2} = \dfrac{-3-1}{2-(-1)}$

$\Rightarrow$ $k = \dfrac{2}{7}$

6. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots$ ㉠

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

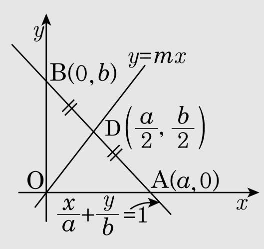
7. 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=mx$가 이등분할 때, m의 값은? (단, $a>0$, $b>0$)

① $\frac{b}{a}$　② $\frac{a}{b}$　③ $\frac{b}{2a}$　④ $\frac{a}{2b}$　⑤ $\frac{2a}{b}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 $\mathrm{D}\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$라 하면
$\triangle\mathrm{OAD}=\triangle\mathrm{OBD}$이므로 직선 $y=mx$가 점 D를 지나야 한다.

$\therefore m=\frac{\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}}=\frac{b}{a}$



8. 원점에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 a^2+b^2 의 값을 구하면?

① 4　② 8　③ $3\sqrt{2}$　④ 4　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 (0, 0) 에서 직선 $ax+by+4=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a\times 0+b\times 0+4|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$4=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\rightarrow 2(a^2+b^2)=16$

$\therefore\ a^2+b^2=8$

9. $A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0)$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$

또, 직선 BC 의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

$A(0, -2)$ 로부터 직선 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AH} = \dfrac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{10}}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$

10. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4,\ -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13　② 15　③ 17　④ 19　⑤ 21

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$

$\Rightarrow\ (x+2)^2 + (y-5)^2 = 1$

$\therefore$ 구하는 원은 $(-2,\ 5)$ 와 $(4,\ -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.

이 원은 중심이 $\left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{5-1}{2}\right) = (1,\ 2)$

반지름이 $\dfrac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$

이므로 원의 방정식은

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$

$\therefore\ a = 1,\ b = 2,\ r^2 = 18$

$\therefore\ a + b + r^2 = 21$

11. 직선 $(a+2)x-y-a+b=0$ 이 x 축의 양의 방향과 $45°$ 의 각을 이루고 y 절편이 4 일 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y=(a+2)x-a+b$ 에서

기울기$=a+2=\tan 45°=1$

$\therefore\ a=-1$

y 절편 $-a+b=4$

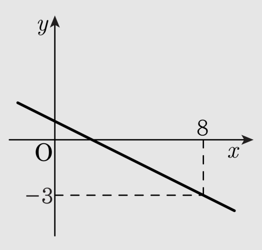
$\therefore\ b=3$

$\therefore\ a+b=2$

12. 점 $(8, -3)$을 지나고, x축, y축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1 인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

① $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$ ② $\frac{x}{2}+y=1$ ③ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$
④ $x+\frac{y}{3}=1$ ⑤ $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$

해설



x절편이 a이고, y절편이 b인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

이 직선이 점 $(8, -3)$을 지나므로

$\frac{8}{a}+\frac{(-3)}{b}=1 \cdots$ ㉠

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}ab=1 \cdots$ ㉡

㉡에서 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}b$

이것을 ㉠에 대입하면 $8\times\frac{1}{2}b-\frac{3}{b}=1$에서

$4b^2-b-3=0 \quad \therefore \ (4b+3)(b-1)=0$

$b>0$이므로 $b=1 \quad \therefore \ a=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2}+y=1$

13. 두 점 $(-2,\ 1)$, $(6,\ 5)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $x^2+y^2-2x-4y-7=0$

② $x^2+y^2+4x+8y-15=0$

③ $x^2+y^2-2x-6y-5=0$

④ $x^2+y^2+4x+8y+15=0$

⑤ $x^2+y^2-4x-6y-7=0$

해설

i) 원의 중심은 두 점의 중점과 같다.

$\Rightarrow \left(\dfrac{-2+6}{2},\ \dfrac{1+5}{2}\right)=(2,\ 3)$

ii) 반지름 길이는 중심과 한 점 사이의 거리와 같 다.

$\Rightarrow \sqrt{(2-6)^2+(3-5)^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore$ 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-3)^2=(2\sqrt{5})^2$

$\Rightarrow x^2+y^2-4x-6y-7=0$