

1. 다음 <보기> 중 직선 $y = 2x + 1$ 과 서로 평행한 직선을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $y = -2x + 1$ ㉡ $y = 2(x + 3)$ ㉢ $\frac{1}{2}x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 평행한 직선들은 기울기가 같으므로 직선 $y = 2x + 1$ 과 평행한 직선은 ㉡이다.

2. 점 $(4, 5)$ 와 직선 $3x - 4y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \text{거리 } d &= \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \\ &= \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

3. 두 점 A(1,2), B(3,4)로부터 같은 거리에 있는 점 P가 나타내는 직선의 x 절편과 y 절편의 합은?

① -10

② -4

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

P(x, y)라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2$$

$$y = -x + 5$$

따라서 x 절편은 5, y 절편은 5이다.

$$\therefore 5 + 5 = 10$$

4. 다음 방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ 이 나타내는 원의 중심의 좌표를 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ 을 정리하면

$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ 이다.

따라서 방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ 이 나타내는 원의 중심의 좌표는 $(-1, 4)$ 이고, 반지름의 길이는 5 이다.

$\therefore a + b + r = 8$

5. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(k, k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $-\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{5}$

해설

세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow \overline{BC}$ 의 기울기 = \overline{AB} 의 기울기

$$\Rightarrow \frac{k-1+3}{k-2} = \frac{-3-1}{2-(-1)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2}{7}$$

6. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \text{㉠}$$

$ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

7. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = mx$ 가 이등분할 때, m 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① $\frac{b}{a}$ ② $\frac{a}{b}$ ③ $\frac{b}{2a}$ ④ $\frac{a}{2b}$ ⑤ $\frac{2a}{b}$

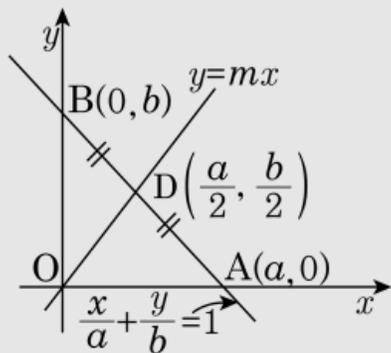
해설

다음 그림과 같이 \overline{AB} 의 중점을

$D\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 라 하면

$\triangle OAD = \triangle OBD$ 이므로 직선 $y = mx$ 가 점 D 를 지나야 한다.

$$\therefore m = \frac{\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{b}{a}$$



8. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0, 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

9. A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0) 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

A(0, -2)로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

10. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$$

\therefore 구하는 원은 $(-2, 5)$ 와 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.

$$\text{이 원은 중심이 } \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2} \right) = (1, 2)$$

$$\text{반지름이 } \frac{1}{2} \sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$$

이므로 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$$

$$\therefore a + b + r^2 = 21$$

11. 직선 $(a + 2)x - y - a + b = 0$ 이 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고 y 절편이 4 일 때, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} & y = (a + 2)x - a + b \text{ 에서} \\ & \text{기울기} = a + 2 = \tan 45^\circ = 1 \\ & \therefore a = -1 \\ & y \text{ 절편 } -a + b = 4 \\ & \therefore b = 3 \\ & \therefore a + b = 2 \end{aligned}$$

12. 점 $(8, -3)$ 을 지나고, x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

① $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$

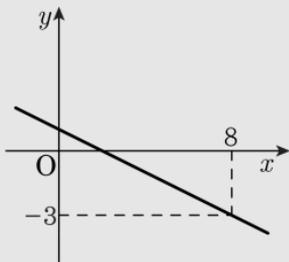
② $\frac{x}{2} + y = 1$

③ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

④ $x + \frac{y}{3} = 1$

⑤ $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$

해설



x 절편이 a 이고, y 절편이 b 인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

이 직선이 점 $(8, -3)$ 을 지나므로

$$\frac{8}{a} + \frac{(-3)}{b} = 1 \cdots \text{㉠}$$

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2}ab = 1 \cdots \text{㉡}$$

㉡에서 $\frac{1}{a} = \frac{1}{2}b$

이것을 ㉠에 대입하면 $8 \times \frac{1}{2}b - \frac{3}{b} = 1$ 에서

$$4b^2 - b - 3 = 0 \quad \therefore (4b+3)(b-1) = 0$$

$b > 0$ 이므로 $b = 1 \quad \therefore a = 2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2} + y = 1$

13. 두 점 $(-2, 1)$, $(6, 5)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$

② $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 15 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 5 = 0$

④ $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 15 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$

해설

i) 원의 중심은 두 점의 중점과 같다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-2+6}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = (2, 3)$$

ii) 반지름 길이는 중심과 한 점 사이의 거리와 같다.

$$\Rightarrow \sqrt{(2-6)^2 + (3-5)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } (x-2)^2 + (y-3)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$$