1. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 15 와 24　② 8 과 15　③ 14 와 35
④ 36 과 54　⑤ 2 와 6

해설

① 15 와 24 의 최대공약수는 3
③ 14 와 35 의 최대공약수는 7
④ 36 과 54 의 최대공약수는 9
⑤ 2 와 6 의 최대공약수는 2

2. 다음 ☐ 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2\times3, 2\times3^2\times5^2, 2^2\times5\times7$ 의 최대공약수는 ☐ 이다. (ㄴ) $2\times5\times7, 2^3\times3\times5^2, 2^2\times5^2$ 의 최대공약수는 ☐ 이다.

① 2×3 , $2^2\times5$

② 2 , 2×3

③ $2\times3\times5$, 2×5

④ 2 , 2×5

⑤ 2×3 , 2×7

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2 , 2×5 이다.

3. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a=2$, $b=2$, $c=2$ 이다.

4. $2^3 \times 3^2 \times 5^2,\ 2 \times 3^2 \times 7,\ 180$ 의 공약수가 아닌 것은?

① 3　② 2^2　③ 6

④ 9　⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2,\ 2 \times 3^2 \times 7,\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 $1,\ 2,\ 3,\ 2 \times 3,\ 3^2,\ 2 \times 3^2$ 이다.

5. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개) 이다.
따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4개이다.

6. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는

$2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

7. 세 수 140, 28, 100 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7$ ② $2^2 \times 5^2$ ③ $2 \times 5 \times 7^2$

④ $2^3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7$

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $28 = 2^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 이다.

8. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$이므로, $a=4,\ b=2$ 이다.
$\therefore a+b=4+2=6$

9. 다음 중 두 수 $2^2\times5^3\times11$, $2\times5^2\times11^2$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^2\times5^3\times11^2$　② $2^2\times5^4\times11^3$

③ $2^2\times5^3\times7\times11^2$　④ $2^3\times5^2\times11^2$

⑤ $2^3\times5^3\times11^4$

해설

최소공배수가 $2^2\times5^3\times11^2$ 이므로 5 의 지수가 최소공배수보다 작은 $2^3\times5^2\times11^2$ 는 공배수가 될 수 없다.

10. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28 의 배수 중 200 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14 \cdots$
따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 7 개이다.

11. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

> ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b의 공약수
>
> ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b의 공약수는 24의 공약수이므로
$24 = 2^3 \times 3^1$에서 약수의 개수는
$(3+1) \times (1+1) = 8$(개)

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$\therefore 8 + 4 = 12$

12. a 는 한 자리 자연수이고 $2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 108$, $a = 9$ 이다.
최대공약수는 a 이므로 9 이다.
$\therefore$ 9

13. 학교 게시판은 가로, 세로의 길이가 각각 270cm, 180cm 이다. 게시판에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 빈틈없이 붙이려고 한다. 이때, 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 90 cm

해설

붙이려는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 270 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 붙인다고 했으므로 한 변의 길이는 270 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 270 & 180 \\ \hline 5 & 135 & 90 \\ \hline 3 & 27 & 18 \\ \hline 3 & 9 & 6 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 90(\text{cm})$

14. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루

④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$$
$$= 38 \text{ (그루)}$$

15. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$38-2=36$, $27-3=24$, $125-5=120$에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

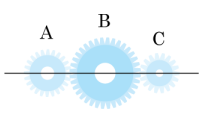
6) 36 24 120

2) 6 4 20

3 2 10

최대공약수 : $6\times 2=12$

16. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,
∴ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴) 이다.

17. 가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 20 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60 cm 이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장) 이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장) 이다.

18. 101 을 나누면 4 가 부족하고 62 를 나누면 1 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로
최대공약수는 $3 \times 7 = 21$,
21 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 21
따라서 가장 작은 수는 7 이다.

19. 두 수 $3^a \times 5^2 \times 7$, $3^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수는 $3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$3^a = 3^2$ 이므로 $a = 2$,
$5^b = 5^2$ 이므로 $b = 2$,
$c = 11$ 이므로 $a+b+c = 15$ 이다.

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, *cdots*, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, *cdots*, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
$33 + 20 - 6 = 47$개다.

21. 다음 중 옳은 것은?

① 6 과 21 은 서로소이다.

② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.

⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설

① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다.
⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

22. 어느 반의 여학생 수는 36 명이고 남학생 수는 45 명이다. 봉사활동을 하기 위해 여학생 a 명과 남학생 b 명씩을 한 조로 나누려고 한다. 이때 되도록 많은 조로 나누어서 나누어진 조의 수를 c 라 할 때, $2a-b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

c 는 36 과 45 의 최대공약수이므로 $c=9$,
$a=36\div 9=4$, $b=45\div 9=5$
따라서 $2a-b+c=8-5+9=12$

23. 민수는 4 일간 일하고 하루 쉬고, 윤희는 5 일간 일하고 이틀간 쉰다고 한다. 같은 날 일을 시작하여 이와 같이 1 년 동안 일을 할 경우 민수, 윤희가 같이 쉬는 날은 며칠인지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 20 일

해설

5 와 7 의 최소공배수를 구하면 35 이고 35 일 간격으로 같이 쉬게 되며, 그중에서 같이 쉬는 날은 구하여 보면 2 일이다.
민수가 쉬는 날 : 5 일, 10 일, 15 일, 20 일,
25 일, 30 일, 35 일
윤희가 쉬는 날 : 6 일, 7 일, 13 일, 14 일,
20 일, 21 일, 27 일, 28 일,
34 일, 35 일
$365 = 35 \times 10 + 15$ 이다.
따라서 같이 쉬는 날은 $10 \times 2 = 20$ (일) 이다.

24. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11 ② 36 ③ 72 ④ 84 ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$12) \begin{array}{cc} A & B \\ \hline a & b \end{array}$

$12 \times a \times b = 120$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a$, $B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$a = 10$, $b = 1$ 또는 $a = 5$, $b = 2$

(i) $a = 10$, $b = 1$ 일 때

$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$

(ii) $a = 5$, $b = 2$ 일 때

$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

25. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$ ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a}$ = (자연수) → $\begin{cases} b\text{는 } 16\text{의 배수} \\ a\text{는 } 21\text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a}$ = (자연수) → $\begin{cases} b\text{는 } 24\text{의 배수} \\ a\text{는 } 35\text{의 약수} \end{cases}$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 공배수})}{(21,\ 35\text{의 공약수})} \cdots$ ㉠ 이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 최소공배수})}{(21,\ 35\text{의 최대공약수})}$

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$