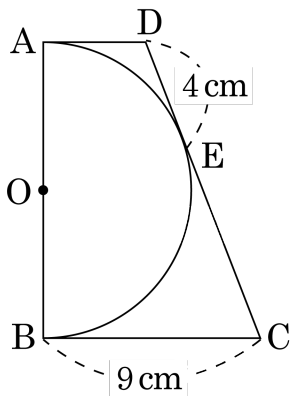


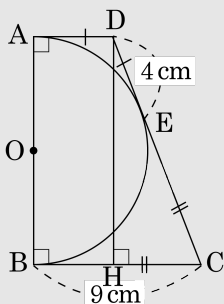
1. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\overline{DE} = 4\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 일 때, 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 6 cm

해설

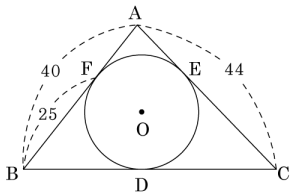


점 D 에서 선분 BC 에 수선의 발 H 를 내린다.

직각삼각형 CDH 에서 $\overline{DC} = 4 + 9 = 13\text{ (cm)}$ 이다.

따라서 $\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12\text{ (cm)}$ 이므로 반지름의 길이는 6 (cm) 이다.

2. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 점 D, E, F가 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



① 51

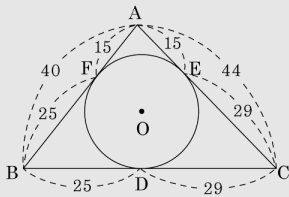
② 52

③ 53

④ 54

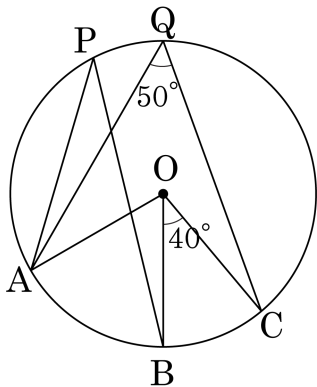
⑤ 55

해설



$$\therefore \overline{BC} = 25 + 29 = 54$$

3. 다음 그림에서 $\angle AQC = 50^\circ$, $\angle BOC = 40^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 30 °

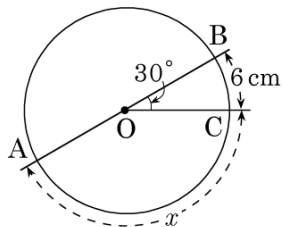
해설

점 A 와 점 O 를 이으면 $\angle AOC = 100^\circ$

$\angle AOB = 60^\circ$

$\therefore \angle APB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이고, $\angle COB = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이를 구하여라.



답 :

cm



정답 : 30 cm

해설

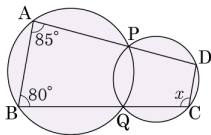
$\angle AOC = 150^\circ$ 이므로

$$30^\circ : 150^\circ = 6 : x$$

$$1 : 5 = 6 : x$$

$$\therefore x = 30 \text{ (cm)}$$

5. 다음 그림의 두 원이 두 점 P, Q 에서 서로 만나고 $\angle PAB = 85^\circ$, $\angle ABQ = 80^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

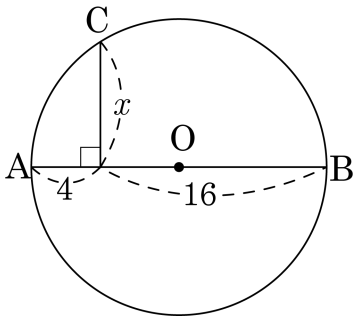
▷ 정답 : 100°

해설

$$\angle ABQ = \angle DPQ = 80^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

6. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



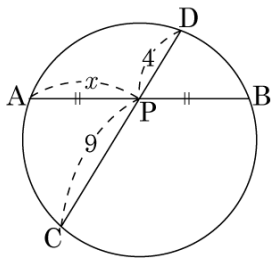
▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$x \times x = 4 \times 16, x^2 = 64 \therefore x = 8$$

7. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

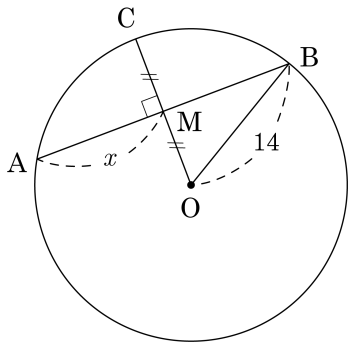
해설

$$\overline{PA} = \overline{PB} = x$$

$$x \times x = 4 \times 9, x^2 = 36$$

$$\therefore x = 6 (x > 0)$$

8. 다음과 같은 원에서 x 의 값은?



- ⑤ $9\sqrt{3}$

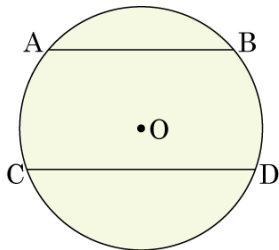
해설

$$\overline{OC} = \overline{OB} = 14, \overline{OM} = 7$$

$$\Delta\text{OBM} \text{ 에서 } x = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 8\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이는?

- ① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

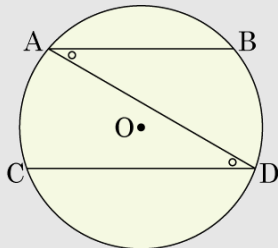


해설

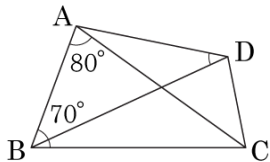
점 A 와 D 를 이으면 $\angle BAD = \angle CDA$ (엇각)

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각의 크기가 같으므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5(\text{cm})$$



10. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\angle ADB$ 의 크기는?



① 20°

② 30°

③ 40°

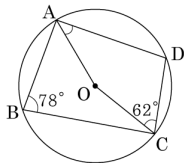
④ 50°

⑤ 60°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ$ 이고,
점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\angle ADB = \angle ACB = 30^\circ$

11. 다음 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접할 때, $\angle OAD$ 의 크기를 구하면?



① 40°

② 42°

③ 44°

④ 46°

⑤ 48°

해설

$$\angle D = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

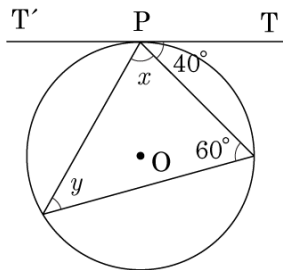
$$\angle AOC = 2 \times 78^\circ = 156^\circ$$

$$\therefore \angle OAD = 360^\circ - 156^\circ - 102^\circ - 62^\circ = 40^\circ$$

12. $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?

① 10° ② 20° ③ 30°

④ 40° ⑤ 50°



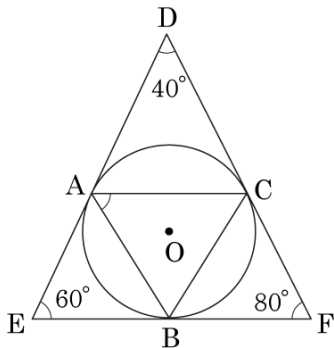
해설

$$\angle y = 40^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle x &= 180^\circ - 60^\circ - y^\circ \\ &= 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ \\ &= 80^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle DEF$ 의 내접원과 $\triangle ABC$ 의 외접원이 같을 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

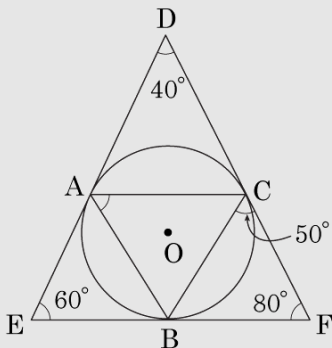
③ 40°

④ 45°

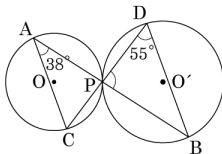
⑤ 50°

해설

$\overline{FB} = \overline{FC}$ 이므로 $\angle FCB = 50^\circ$ 이며 $\angle FCB = \angle BAC$ 이므로 $\angle BAC = 50^\circ$



14. 다음 그림에서 두 원 O , O' 은 점 P 에서 외접하고, 이 점 P 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 A , B , C , D 라 할 때, $\angle DPB$ 의 크기는?



① 86°

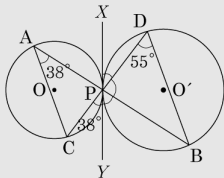
② 87°

③ 88°

④ 89°

⑤ 90°

해설



점 P 에서 두 원의 공통인 접선 XY 를 그으면

$$\angle XPD = \angle CPY = \angle PAC = 38^\circ$$

$$\angle BPY = \angle PDB = 55^\circ$$

$$\angle DPB = 180^\circ - (55^\circ + 38^\circ) = 87^\circ$$

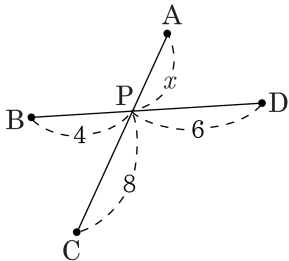
15. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

① 2

② 3

③ 4

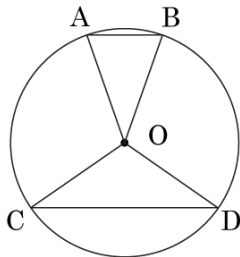
④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

16. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle COD = 2\angle AOB$ 일 때, 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

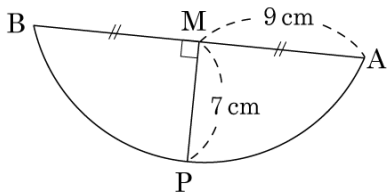


- ① $25.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$
- ② $2\overline{AB} = \overline{CD}$
- ③ $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$
- ④ $2\triangle AOB = \triangle COD$
- ⑤ $2 \times (\text{부채꼴 AOB 의 넓이}) = (\text{부채꼴 COD 의 넓이})$

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

17. 다음 그림은 한 원의 일부분을 잘라낸 것이다. 그림을 참고할 때, 이 원의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{64}{7}$ cm ② $\frac{63}{8}$ cm ③ $\frac{64}{9}$ cm
- ④ $\frac{65}{7}$ cm ⑤ $\frac{65}{8}$ cm

해설

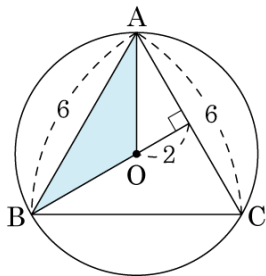
$$r^2 = 9^2 + (r - 7)^2$$

$$r^2 = 81 + r^2 - 14r + 49$$

$$14r = 130$$

$$\therefore r = \frac{130}{14} = \frac{65}{7} \text{ (cm)}$$

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



① 3

② $3\sqrt{2}$

③ 6

④ $6\sqrt{2}$

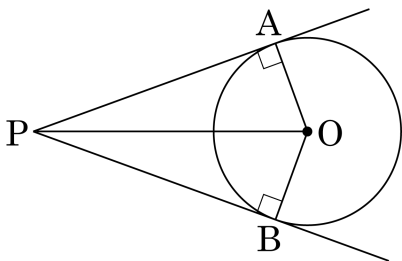
⑤ 12

해설

원의 중심 O와 $\overline{AB}$ 사이의 거리는 원의 중심 O와 $\overline{AC}$ 사이의 거리인 2와 같다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$$

19. 다음은 원의 접선과 반지름의 관계를 나타낸 것이다. 옳지 않은 것을 모두 골라라.



㉠ $\overline{PA} = \overline{PB}$

㉡ $\triangle APO \equiv \triangle BPO$

㉢ $\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$

㉣ $\angle OPB = 30^\circ$ 이면 $\angle AOB = 110^\circ$ 이다.

㉤ $\angle APO + \angle AOP = 80^\circ$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

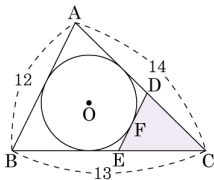
▶ 정답 : ㉤

해설

㉣ $\angle OPB = 30^\circ$ 이면 $\angle AOB = 120^\circ$ 이다.

㉤ $\angle APO + \angle AOP = 90^\circ$

20. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

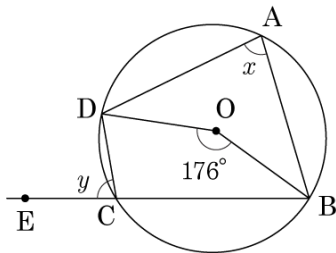
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T' 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore x = \frac{15}{2}$$

$$(\therefore \triangle CDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$$

21. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▶ 정답 : 176°

해설

5.0pt 24.88pt $\widehat{DCB}$ 의 원주각 $\angle DAB = \frac{1}{2} \angle DOB = \frac{1}{2} \times$

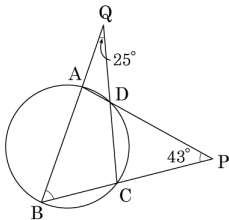
$$176^\circ = 88^\circ$$

$\angle DCE = \angle DAB$ 이다.

$$\therefore \angle y = \angle x = 88^\circ$$

따라서 $\angle x + \angle y = 88^\circ + 88^\circ = 176$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\angle P = 43^\circ$, $\angle Q = 25^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°
—

▶ 정답 : 56°

해설

$\angle B = x$ 라고 하면

$$\angle BCD = 180^\circ - 25^\circ - \angle x = 155^\circ - \angle x$$

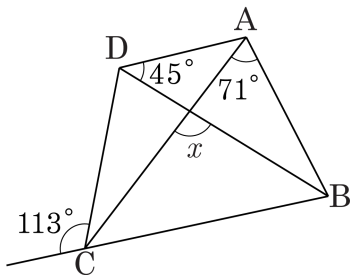
$$\angle BAP = 180^\circ - 43^\circ - \angle x = 137^\circ - \angle x$$

$$\angle BCD + \angle BAP = 155^\circ - \angle x + 137^\circ - \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x = 112^\circ$$

$$\therefore \angle x = 56^\circ$$

23. □ABCD 가 원에 내접한다고 한다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



① 99°

② 96°

③ 94°

④ 93°

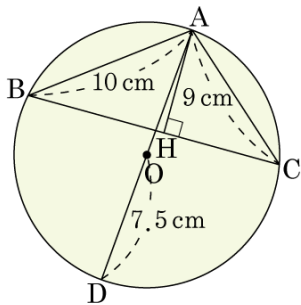
⑤ 90°

해설

$$\angle DAC = 113^\circ - 71^\circ = 42^\circ$$

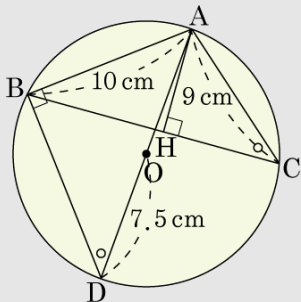
$$\therefore \angle x = 180^\circ - (42^\circ + 45^\circ) = 93^\circ$$

24. 다음 그림에서 반지름의 길이가 7.5cm 인 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이고 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이는?



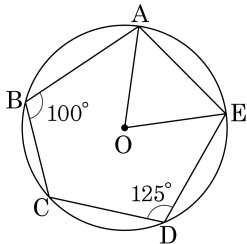
- ① $3\sqrt{5}\text{cm}^2$ ② $4\sqrt{6}\text{cm}^2$ ③ $5\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ④ $9\sqrt{5}\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{10}\text{cm}^2$

해설



$\triangle ABD \sim \triangle AHC$ (AA 닮음) 이므로
 $10 : \overline{AH} = 15 : 9 \quad \therefore \overline{AH} = 6\text{cm}$
 $\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{CH} = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}\text{cm}$
 따라서 $\triangle AHC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6 = 9\sqrt{5} (\text{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle ABC = 100^\circ$, $\angle CDE = 125^\circ$ 이고, $\overline{AO} = 6\text{cm}$ 일 때, 부채꼴 AOE 의 넓이는?



① πcm^2

② $4\pi\text{cm}^2$

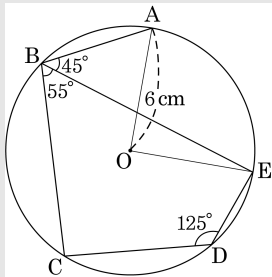
③ $6\pi\text{cm}^2$

④ $9\pi\text{cm}^2$

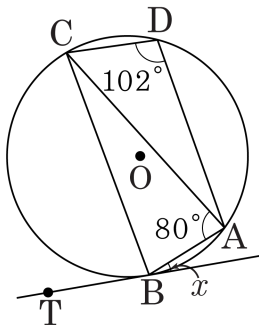
⑤ $11\pi\text{cm}^2$

해설

보조선 $\overline{BE}$ 를 그어 내접하는 사각형에서 $\angle CBE = 55^\circ$ 이므로 $\angle ABE = 45^\circ$ 이다. $\widehat{AE}$ 의 중심각 $\angle AOE = 2\angle ABE = 90^\circ$ 이다. 따라서 부채꼴 AOE 의 넓이 $S = \pi \times 6^2 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = 9\pi(\text{cm}^2)$



26. $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{BT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAB = 80^\circ$, $\angle ADC = 102^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?



① 20°

② 21°

③ 22°

④ 23°

⑤ 24°

해설

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABC = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$$

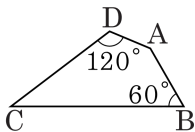
$$\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 78^\circ = 22^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle ACB = 22^\circ$$

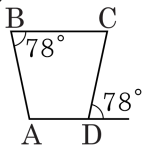
27. 다음 보기에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

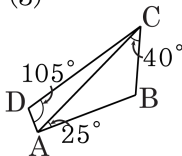
(1)



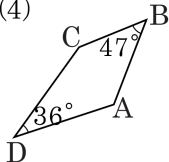
(2)



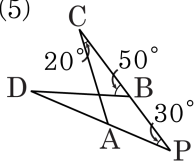
(3)



(4)



(5)



① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$(1) \angle ABC + \angle ADC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$(2) \angle ADC = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$(3) \angle ABC = 180^\circ - 25^\circ - 40^\circ = 115^\circ$$

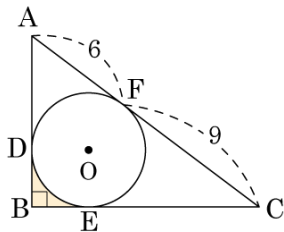
$$\angle ABC + \angle ADC = 115^\circ + 105^\circ = 220^\circ \neq 180^\circ$$

$$(4) \angle ABC + \angle ADC = 47^\circ + 36^\circ = 83^\circ \neq 180^\circ$$

$$(5) \angle CBD = \angle CAD = 50^\circ$$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (1), (2), (5)의 3개이다.

28. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

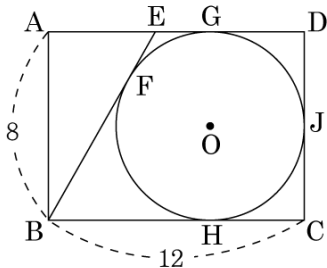
$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

29. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 $ABCD$ 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



▶ 답 :

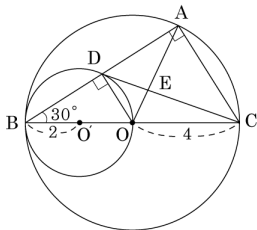
▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

30. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$

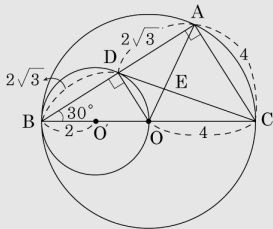
② $\frac{\sqrt{7}}{2}$

③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

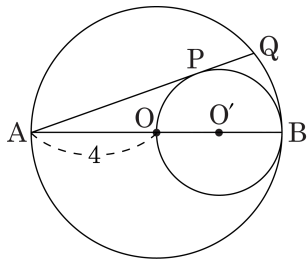


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

31. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

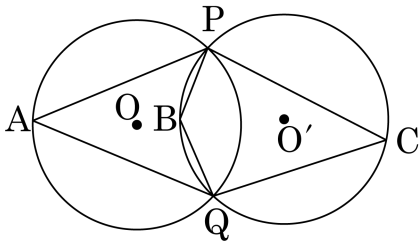
$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

$\triangle APO' \sim \triangle AQB$ 에서

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

32. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O' 가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\angle PAQ : \angle PBQ = 1 : 3$ 이다. $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^{\circ}$

▷ 정답 : 45°

해설

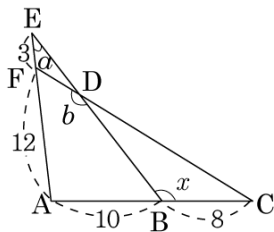
$\angle PAQ = \angle PCQ$ 이고

$\angle PBQ + \angle PCQ = 180^{\circ}$ 이므로

$\angle PBQ + \angle PAQ = 180^{\circ}$

$$\therefore \angle PAQ = 180 \times \frac{1}{4} = 45^{\circ}$$

33. 다음 그림에서 $\overline{EF} = 3$, $\overline{AF} = 12$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 8$ 이다. $\angle DEF = a$, $\angle FDB = b$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 a , b 에 관한 식으로 나타내어라.



▶ 답:

▷ 정답: $\angle x = b - a$

해설

$$12 \times (12 + 3) = 180$$

$$10 \times (10 + 8) = 180$$

$\overline{AF} \times \overline{AE} = \overline{AB} \times \overline{AC}$ 이므로 네 점 B, C, E, F는 한 원 위에 있다.

$$\therefore \angle DCB = \angle FED = a$$

$$\triangle DBC \text{ 에서 } b = \angle x + a$$

$$\therefore \angle x = b - a$$