1. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

① 3, 18 ② 11, 15 ③ 33, 13

④ 11, 13 ⑤ 11, 39

해설

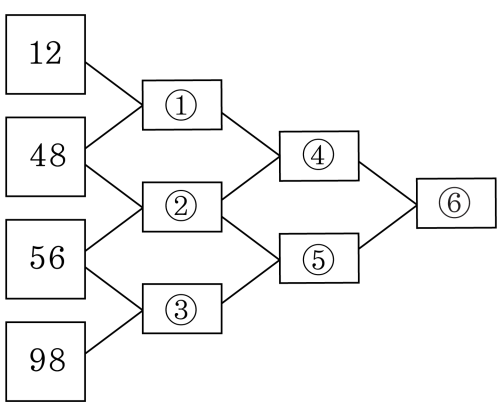
㉠
$$11\overline{)\,33\quad 121}$$
$$3\quad 11$$

따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

㉡
$$13\overline{)\,39\quad 65}$$
$$3\quad 5$$

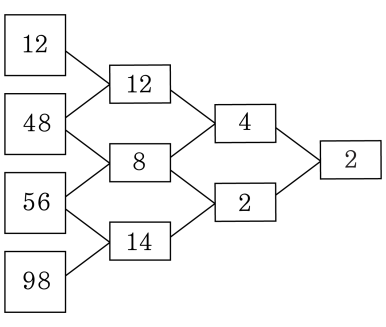
따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

2. 다음 그림은 서로 다른 두 수의 최대공약수들의 관계를 나타낸 것이다. 아래의 방법을 통해 빈칸에 들어가야 할 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :



해설

$2\overline{)\ 12\quad 48}$
$2\overline{)\ 6\quad 24}$
$3\overline{)\ 3\quad 12}$
$\quad 1\quad 4$

최대공약수 : 12

$2\overline{)\ 48\quad 56}$
$2\overline{)\ 24\quad 28}$
$2\overline{)\ 12\quad 14}$
$\quad 6\quad 7$

최대공약수 : 8

$2\overline{)\ 56\quad 98}$
$7\overline{)\ 28\quad 49}$
$\quad 4\quad 7$

최대공약수 : 14

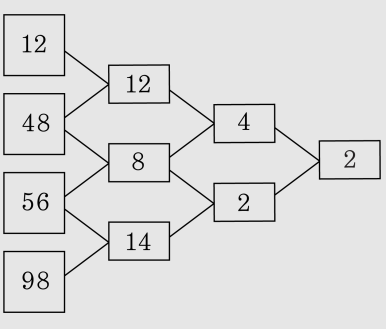
$2\overline{)\ 12\quad 8}$
$2\overline{)\ 6\quad 4}$
$\quad 3\quad 2$

최대공약수 : 4

$2\overline{)\ 8\quad 14}$
$\quad 4\quad 7$

최대공약수 : 2

따라서 빈칸에 들어갈 수를 각각 써넣으면 다음 그림과 같다.



3. 28 의 약수이면서 42 의 약수도 되는 수를 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

28 과 42 의 공약수를 구하면 된다.
$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로
28과 42 의 공약수는 1, 2, 7, 2×7 이고 합은 $1+2+7+14 = 24$ 이다.

4. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 $1, 2, 3, \square, \square, 10, 15, 30$이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 $1, 2, 3, \square = 5, \square = 6, 10, 15, 30$이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로
이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 $1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 이다.

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 16 의 약수의 개수는 5 개이다.

② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.

③ 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.

④ 21 은 3 의 배수이다.

⑤ 6 은 18 의 약수이다.

해설

1 은 약수가 자기 자신뿐이다.

6. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.

② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 384 은 6 의 배수이다.

⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

7. $5^6 \times$ □ 의 약수의 개수가 21 개일 때, □ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$21 = 7 \times 3 = (6+1) \times (2+1)$

□ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore$ 4

8. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$2^2 \times a^n \times 7$

$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \ \therefore \ n = 1$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$3^1 = 3$

9. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a=3,\ b=1,\ c=1$ 이다.

10. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로, $a = 1,\ b = 2$

$\therefore\ a+b = 1+2 = 3$

11. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루

④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$$
$$= 38 \text{ (그루)}$$

12. 가로의 길이가 90 m, 세로의 길이가 180 m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로의 길이가 72 m, 세로의 길이가 108 m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20 m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 그루

▷ 정답 : 50 그루

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
$90 = x \times \square$, $180 = x \times \triangle$
$72 = x \times \bigcirc$, $108 = x \times \diamond$
x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
$72 = 2^3 \times 3^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$
$\therefore\ x = 2 \times 3^2 = 18\ (\mathrm{m})$
나무 사이의 간격을 18m 라 할 때
농장 : 가로 $90 = 18\ (\mathrm{m}) \times 5$ (그루)
세로 $180 = 18(\mathrm{m}) \times 10$ (그루)
목장 : 가로 $72 = 18\ (\mathrm{m}) \times 4$ (그루)
세로 $108 = 18(\mathrm{m}) \times 6$ (그루)
∴ 직사각형 모양의 농장과 목장의 가장자리에 필요한 나무는
$\{(5+10) \times 2\} + \{(4+6) \times 2\} = 50$ (그루)

13. 가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 20 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60 cm 이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장) 이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장) 이다.

14. 가로, 세로, 높이가 각각 $18, 10, 6$ 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개 ② 450 개 ③ 545 개

④ 675 개 ⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 $18, 10, 6$ 의 최소공배수이므로 90 이다.
필요한 벽돌의 개수는
$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675$(개) 이다.