

1. $x - y = 1$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식 $3x^2 - 5x + 1 = ay^2 + by + c$ 이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = y + 1$ 을 주어진 식에 대입한 후,
 y 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $3(y + 1)^2 - 5(y + 1) + 1 = ay^2 + by + c$
 $(3 - a)y^2 + (1 - b)y - 1 - c = 0$
 $\therefore a = 3, b = 1, c = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

2. $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

3. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

4. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

5. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근을 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{ 이므로}$$

정수 k 의 최댓값은 -2

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두근의 합 : 3, 두근의 곱 : 1

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 7\end{aligned}$$

7. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ 에서
 $x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

8. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

$$\text{최댓값 } m = 1$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x + 3)^2$$

$$\text{최솟값 } n = 0$$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

9. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서

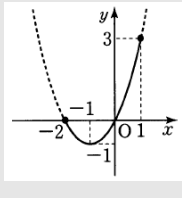
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.

즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$

따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,

$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로

구하는 합은 $3 - 1 = 2$



10. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

11. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x + 1$ 로 연속으로 나눌 때
차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

12. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

13. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. a 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

14. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

15. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

16. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① x ② $x + 1$ ③ $x + 2$ ④ $x - 1$ ⑤ $x - 2$

해설

$$\begin{aligned}x^3 + 1 &= (x + 1)(x^2 - x + 1) \\x^3 + 2x^2 - 5x - 6 &= (x - 2)(x + 1)(x + 3) \\ \text{따라서 최대공약수는 } &x + 1\end{aligned}$$

17. $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^2 - 2z + 3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1

해설

$$z = \frac{2}{1+i} = 1-i$$

$$z^2 - 2z + 3 = (1-i)^2 - 2(1-i) + 3 = 1$$

18. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x-1$

② $-2x+1$

③ 3

④ -3

⑤ $x+1$

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 을 만족하려면,

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$\therefore -1 < x < 2$

$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$

19. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1 일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

- ① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$ ② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$ ④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1\end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{ 로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

20. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

21. 세 다항식 $f(x) = x^2 + x - 2$, $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$, $h(x) = x^2 + mx + 8$ 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

해설

$f(x) = (x + 2)(x - 1)$
 $g(x) = (x + 2)(2x - 1)$ 이므로
 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수는 $x + 2$
이것이 $h(x)$ 의 약수이어야 하므로
 $h(-2) = 4 - 2m + 8 = 0$
 $\therefore m = 6$

22. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i$, $\bar{z} = -3i$

$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 \pm i$ 를 대입하여 정리하면
 $1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과
 $a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.
위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서
 $a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켈레복소수 근을 갖는다.
따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$
근과 계수의 관계에서
 $-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$
 $b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$

24. $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 3 - x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

$$2x^2 + y^2 = 2x^2 + (3 - x)^2 = 3(x - 1)^2 + 6$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } m = 6$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } M = 18$$

$$\therefore M - m = 12$$

25. $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$2^5 = x$ 라 두면

$$\begin{aligned}\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1} &= \frac{x^8 - x^7 - x + 1}{x^7 - 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^7-1)}{x^7-1} \\ &= x-1 = 2^5-1 = 31\end{aligned}$$