

1. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

2. 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

24, 42, 60

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

2) 24 42 60

3) 12 21 30

4 7 10

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

3. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

4. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 34 일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

▷ 정답 : 68

해설

최소공배수는 공배수 중에서 제일 작은 수를 말하므로 최소공배수 34 의 배수를 구하면 된다.

두 자연수의 공배수는 $34, 68, 102, \dots$ 이고, 이 중에서 두 자리 공배수는 34 , 68 이다.

5. $\frac{n}{18}, \frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
- 다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.
- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18 과 24 의 공배수이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

6. 다음 중 어떤 수를 7로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 0
- ② 5
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 11

해설

$0 \leq (\text{나머지}) < 7$

7. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

8. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

10. $3^a = 81$, $5^b = 625$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^4 = 81$, $5^4 = 625$ 이므로 $a + b = 4 + 4 = 8$ 이다.

11. 다음 중 소수인 것은 모두 몇 개인가?

13 32 57 83 97 171

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

소수인 것은 13, 83, 97 이다. 따라서 3 개이다.

12. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

$$3$$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

13. x 는 468의 소인수일 때, x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$ 이므로 소인수는 2, 3, 13
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

14. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

15. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

16. 약수가 6 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하면?

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로
 $(1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 = 12$

17. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

18. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

19. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$

20. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

21. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

22. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

23. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 \div 3$, $38 \div 2$, $32 \div 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

24. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 60 ② 61 ③ 120 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$\therefore 120 + 1 = 121$

25. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{ 에서}$$

최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로

$a = 14$, $b = 1470$ 이다.

따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

26. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$810 = 9 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 90$$

27. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 83 은 소수이다.
- ㉡ 모든 합성수는 약수가 2 개이다.
- ㉢ 1 은 소수이다.
- ㉣ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

- ㉡ 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.
- ㉢ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 1, 합성수이다.

28. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

29. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

30. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

31. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

- ① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맸다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

2)120 180

2) 60 90

3) 30 45

5) 10 15

2 3

∴ 2×2×3×5 = 60(cm)

32. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
-
- ① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$
세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

33. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 16cm, 높이가 20cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?
- ① 8cm, 80 개 ② 16cm, 80 개 ③ 36cm, 100 개
④ 40cm, 200 개 ⑤ 80cm, 200 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 8, 16, 20 의 최소공배수이므로 80 이다.
한 모서리의 길이는 80cm 이고, 필요한 벽돌의 개수는
 $(80 \div 8) \times (80 \div 16) \times (80 \div 20) = 10 \times 5 \times 4 = 200$ (개)이다.