

1. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{13}$

㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9}$

㉤ $-\sqrt{(-3)^2}$

㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}}$

㉦ $\sqrt{(99+1)}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{3}$: 무리수

㉡ $\sqrt{13}$: 무리수

㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9} = \sqrt{2} + 3$: 무리수

㉤ $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$: 유리수

㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$: 유리수

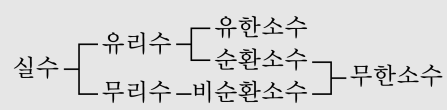
㉦ $\sqrt{(99+1)} = \sqrt{100}$: 유리수

2. 다음은 실수를 분류한 표이다. □안에 들어갈 말로 바르게 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)

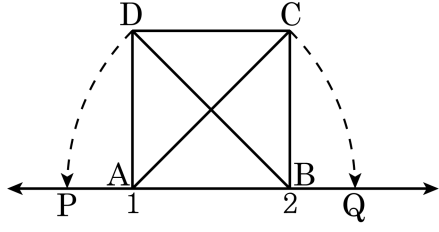


- ① ㄱ. 비순환소수 ② ㄴ. 무리수
③ ㄷ. 무한소수 ④ ㄹ. 순환소수
⑤ ㄷ. 무한소수

해설



3. 수직선 위의 점 A(1) 에서 B(2) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그렸다. $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{AC} = \overline{AQ}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, P(a), Q(b) 에 대하여 $a - 2b$ 의 값은?

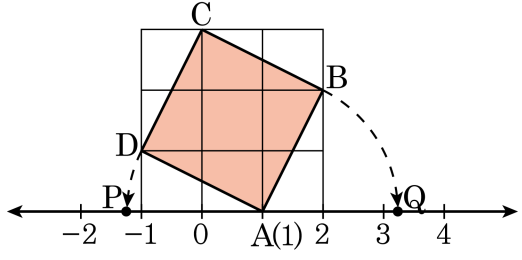


- ① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ 0
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$Q(1 + \sqrt{2})$, $P(2 - \sqrt{2})$
 $\therefore a - 2b = (2 - \sqrt{2}) - 2(1 + \sqrt{2}) = -3\sqrt{2}$ 이다.

4. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. 점 P, Q의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① -4 ② 2 ③ $2\sqrt{5}$
 ④ $1 - \sqrt{5}$ ⑤ $1 + \sqrt{5}$

해설

□ABCD의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD의 넓이는 $9 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) = 5$

∴ □ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$

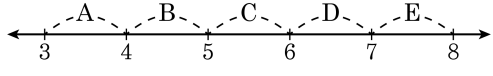
$\overline{AD} = \overline{AP} = \sqrt{5}, \overline{AB} = \overline{AQ} = \sqrt{5}$

점 P는 A(1)보다 $\sqrt{5}$ 만큼 작은 수, 점 Q는 A(1)보다 $\sqrt{5}$ 만큼 큰 수

$a = 1 - \sqrt{5}, b = 1 + \sqrt{5}$

∴ $a + b = 2$

5. 다음 수직선에서 $4\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$
 $6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로 D 구간

6. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3} + 2$

② $2\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$

④ 4

⑤ $\sqrt{7} - 3$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < \sqrt{3} + 2 < 4$$

7. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
- ㉡ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는無理수이다.
- ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
- ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
- ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

- ㉢ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

8. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

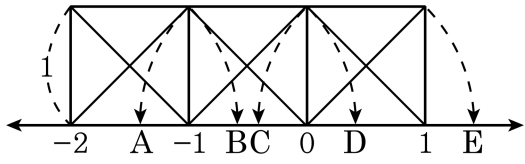
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

9. 다음 그림과 같이 수직선 위에 세 정사각형이 있을 때, $1 - \sqrt{2}$ 에 대응하는 점을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : C

해설

1 을 기준으로 $\sqrt{2}$ 만큼 왼쪽으로 간 점이므로 점 C 이다.

10. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
- ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
- ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
- ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
- ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
- ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

11. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{20} - 4 > 1$

㉢ $\sqrt{15} - \sqrt{17} > -\sqrt{17} + 4$

㉣ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$

㉤ $-\sqrt{7} - \sqrt{2} > -\sqrt{7} - 1$

㉥ $\frac{1}{2} - \sqrt{5} < -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{20} - 4 - 1 = \sqrt{20} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0$

$\therefore \sqrt{20} - 4 < 1$

㉢ $\sqrt{15} - \sqrt{17} - (-\sqrt{17} + 4) = \sqrt{15} - 4$
 $= \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0$

$\therefore \sqrt{15} - \sqrt{17} < -\sqrt{17} + 4$

㉣ $-\sqrt{7} - \sqrt{2} - (-\sqrt{7} - 1) = -\sqrt{2} + 1$
 $= -\sqrt{2} + 1 < 0$

$\therefore -\sqrt{7} - \sqrt{2} < -\sqrt{7} - 1$

㉥ $\frac{1}{2} - \sqrt{5} - \left(-\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$
 $= \frac{2 - \sqrt{2}}{4} > 0$

$\therefore \frac{1}{2} - \sqrt{5} > -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

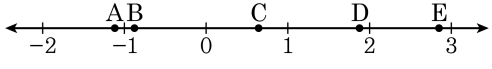
12. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E

해설

$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \cdots$
 $B = 5$
 $C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \cdots$
 $D = \sqrt{15} + 1 = 4. \cdots$
 $E = \sqrt{48} - 1 = 5. \cdots$
따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

13. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서
 $-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.
 $\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 실수는 무수히 많다.
- ② $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 2개이다.
- ③ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 유리수는 유한개이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 무리수 x 는 무수히 많다.
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설

$\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 의 2개이고, 유리수와 무리수는 무수히 많다.

15. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

17. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\tiny \Gamma} \quad b - a > 0$
- $\textcircled{\tiny \text{L}} \quad a - b < 0$
- $\textcircled{\tiny \ominus} \quad ab < 0$
- $\textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 < 0$
- $\textcircled{\tiny \omin�} \quad b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}$
- $\textcircled{2} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}$
- $\textcircled{3} \quad \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{4} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{5} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}, \textcircled{\tiny \omin�}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\tiny \Gamma} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\tiny \text{L}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \ominus} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \omin�} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

18. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로}$$

$$a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27}$$

$$> 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

19. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉢ $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$)는 항상 무리수이다.
- ㉣ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉤ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

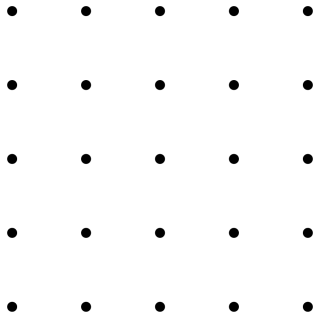
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.
㉤ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

20. 다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$ 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.

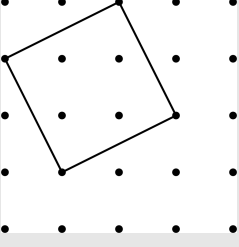


▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

주어진 점들의 간격이 1 인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로 간격이 $\sqrt{2}\text{cm}$ 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{cm}$ 이다.



즉, 4 개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8 개이다.

