

1. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$
④ $\frac{25}{48}$

② $\frac{12}{60}$
⑤ $-\frac{24}{15}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

2. 다음 순환소수 중 0.8 과 같은 것은?

① $0.7\dot{9}$

② $0.\dot{8}$

③ $0.8\dot{9}$

④ $0.\dot{7}\dot{9}$

⑤ $0.\dot{8}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{1} \ 0.7\dot{9} = \frac{79 - 7}{90} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5} = 0.8$$

3. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{3}{14} = 0.2\dot{1}4285\dot{7}$$

$(50 - 1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1이다.

4. 순환소수 $34.0\dot{8}7\dot{2} = x$ 를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

① $1000x - x$

② $10000x - x$

③ $1000x - 10x$

④ $10000x - 10x$

⑤ $10000x - 1000x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.
그러므로 $10000x - 10x$ 이다.

5. 네 수 a, b, c, d 가 다음과 같을 때, 네 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면?

$$a = 0.123, \quad b = 0.12\dot{3}, \quad c = 0.1\dot{2}\dot{3}, \quad d = 0.\dot{1}2\dot{3}$$

① $a < b < c < d$

② $d < c < b < a$

③ $a < d < c < b$

④ $b < c < d < a$

⑤ $a < c < d < b$

해설

$$a . 0.123$$

$$b . 0.123333\cdots$$

$$c . 0.12323\cdots$$

$$d . 0.123123\cdots$$

이므로 $a < d < c < b$ 이다.

6. $2.\dot{9} + 0.\dot{3}$ 을 계산하여 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 자연수)

① 3

② 13

③ 23

④ 27

⑤ 33

해설

$$\frac{27}{9} + \frac{3}{9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$$

$$a = 3, b = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

7. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}$ 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{901}$

② $\frac{41}{90}$

③ $\frac{40}{99}$

④ $\frac{41}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

연우 : $0.\dot{4} = \frac{4}{9},$

지우 : $0.4\dot{1} = \frac{41}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ㉢ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ 분모의 소인수가 소수로만 되어있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 0 이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ 과 같이 유한소수인 경우도 있다.
- ㉢ 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 분모의 소인수가 2 와 5 뿐인 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

9. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 9^2 &= 27 \times 3^a \\ &= 3^2 \times (3^2)^2 \\ &= 3^3 \times 3^a \end{aligned}$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^3 \times 3^a$$

$$\therefore a = 3$$

10. $3^{12} = 81^x$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3^{12} = (3^4)^x = 3^{4x}$$

$$\therefore x = 3$$

11. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

12. 다음 등식이 성립할 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a^3 b^y c^2}{2a^x} \right)^3 = za^6 b^{12} c^6$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{41}{8}$

해설

$$\frac{a^9 b^{3y} c^6}{8a^{3x}} = za^6 b^{12} c^6$$

$$z = \frac{1}{8}, y = 4, x = 1$$

$$x + y + z = \frac{41}{8}$$

13. $2^n = A$, $3^n = B$ 일 때, $\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n$ 을 A , B 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-\frac{B^3}{A^3}$

② $-\frac{B^4}{A^2}$

③ $\frac{B^2}{A^3}$

④ $\frac{B^4}{A^2}$

⑤ $\frac{B^2}{A^4}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \div (2 \times 3)^n \\ &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \times \frac{1}{2^n \times 3^n} \\ &= \frac{3^{3n}}{2^{2n} \times 2^n \times 3^n} \\ &= \frac{3^{2n+n}}{2^{2n+n}} \\ &= \frac{3^{3n}}{(2^n)^3} \\ &= \frac{B^2}{A^3} \end{aligned}$$

14. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$$

$$\therefore n = 12$$

15. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

16. $3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

① $\pm a^2b^3$

② $\pm 2a^3b^3$

③ $\pm 3a^2b^3$

④ $\pm 3a^3b^3$

⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$$3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3} \text{ 는 } \frac{3a^6b^9}{\square^3} = \frac{\square}{27a^2b^3} \text{ 로 나타낼 수 있다.}$$

이 식을 다시 정리하면,

$$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4 \text{ 이고 이는,}$$

$$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4 \text{ 이므로 } \square = \pm 3a^2b^3 \text{ 이다.}$$

17. 식 $(a^2 - 2a + 4) - (-3a^2 - 5a + 1)$ 을 간단히 하였을 때, a 의 계수와 상수항의 곱은?

① 21

② 15

③ 9

④ -15

⑤ -21

해설

$$a^2 - 2a + 4 + 3a^2 + 5a - 1$$

$$= 4a^2 + 3a + 3$$

a 의 계수는 3, 상수항은 3

$$\therefore 3 \times 3 = 9$$

18. 다음 식을 간단히 하여라.

$$10x - [2y - \{3x - (x - 5y) - y\}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 10x - \{2y - (3x - x + 5y - y)\} \\&= 10x - (2y - 3x + x - 5y + y) \\&= 10x - (-2x - 2y) \\&= 12x + 2y\end{aligned}$$

19. $12xy \left(-\frac{1}{6}x - \frac{3}{4}y + \frac{1}{3} \right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때 $|a|$ 의 값은?

① 11

② 9

③ 7

④ 5

⑤ 3

해설

$$12xy \times \left(-\frac{1}{6}x \right) + 12xy \times \left(-\frac{3}{4}y \right) + 12xy \times \frac{1}{3}$$

$$= -2x^2y - 9xy^2 + 4xy$$

따라서 $a = (-2) + (-9) + 4 = -7$ 이므로 $|a| = 7$ 이다.

20. $a = \frac{1}{7}$, $b = -\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a + b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(\text{준식}) = 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$$

21. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{3a}{b}$ 배

해설

$$\text{원기둥 부피} : a^2\pi \times b = a^2b\pi$$

$$\text{원뿔의 부피} : \frac{1}{3}b^2\pi \times a = \frac{1}{3}ab^2\pi$$

$$\therefore \frac{a^2b\pi}{\frac{1}{3}ab^2\pi} = \frac{3a}{b} (\text{배})$$

22. $x = -1, y = 2$ 일 때, $(30x^3y^3 - 15x^2y) \div 15x^2y - \frac{9xy^2 + 12x^2y^4}{3xy^2}$ 의 값은?

① -28

② -26

③ -12

④ 4

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & (30x^3y^3 - 15x^2y) \div 15x^2y - \frac{9xy^2 + 12x^2y^4}{3xy^2} \\ &= 2xy^2 - 1 - 3 - 4xy^2 \\ &= -2xy^2 - 4 \\ &= -2 \times (-1) \times 4 - 4 \\ &= 8 - 4 = 4 \end{aligned}$$

23. $a = -2x + 3y$, $b = x - 2y$ 일 때, $4(2a - 3b) - 2(a - 4b)$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

① $-40x + 70y$

② $-32x - 58y$

③ $-24x + 38y$

④ $-16x + 26y$

⑤ $-8x + 20y$

해설

$4(2a - 3b) - 2(a - 4b)$ 를 간단히 정리하면

$8a - 12b - 2a + 8b = 6a - 4b$ 이다.

$a = -2x + 3y$, $b = x - 2y$ 를 대입하면

$$6a - 4b = 6(-2x + 3y) - 4(x - 2y)$$

$$= -12x + 18y - 4x + 8y$$

$$= -16x + 26y$$

24. $\frac{a-3b}{3} - \frac{3a-5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a = \frac{2}{3}b$

② $a = -\frac{2}{3}b$

③ $a = \frac{4}{27}b$

④ $a = \frac{10}{29}b$

⑤ $a = \frac{15}{29}b$

해설

양변에 12를 곱하면

$$4(a-3b) - 3(3a-5b) = 12(2a-b)$$

$$4a - 12b - 9a + 15b = 24a - 12b$$

$$\therefore 29a = 15b$$

$$\therefore a = \frac{15}{29}b$$

25. $5x - 2y = -4x + y - 3$ 일 때, $5x - 2y + 5$ 를 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x + 3$

해설

$5x - 2y = -4x + y - 3$ 을 변형하면

$$3y = 9x + 3, y = 3x + 1$$

$$\begin{aligned} 5x - 2y + 5 &= 5x - 2(3x + 1) + 5 \\ &= 5x - 6x - 2 + 5 \\ &= -x + 3 \end{aligned}$$

26. $a : b = 3 : 2$, $b : c = 1 : 2$ 일 때, $\frac{6a + 5b - c}{3a + 4b}$ 의 값은?

① $\frac{9}{2}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{19}{11}$

④ $\frac{24}{17}$

⑤ $\frac{27}{19}$

해설

$$3b = 2a, c = 2b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}b, c = 2b$$

$$\therefore \frac{6a + 5b - c}{3a + 4b} = \frac{(9 + 5 - 2)b}{\left(\frac{9}{2} + 4\right)b} = \frac{12}{\frac{17}{2}} = \frac{24}{17}$$

27. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80

② 85

③ 90

④ 95

⑤ 99

해설

$$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } a \text{ 는 어떤 수가 되도 유한}$$

소수로 나타낼 수 있다.

따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

28. 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.\dot{x}yz$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\dot{x}yz$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.

이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.

그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

29. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15

② 16

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

30. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9의 배수이므로 9의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

31. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A , B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

① $144ab$

② $144a^2b^2$

③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$

⑤ $144a^5b^5$

해설

$$\begin{aligned} A^2 &= (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a \\ &= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4 \end{aligned}$$

32. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5$$

$$\therefore x = 1$$

33. $a = -1$, $b = 3$ 일 때, $20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 225

해설

$$\begin{aligned} 20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab &= 25a^2b^2 \\ &= 25 \times (-1)^2 \times 3^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$