

1. 다항식  $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식  $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이  $ax + b$ 이고, 나머지가  $cx + d$ 이었다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2. 다음을 계산하여라.

$$(2x^3 + 3x^2 + 5) \div (x^2 + 2x - 1)$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (몫) =  $2x - 1$

▷ 정답: (나머지) =  $4x + 4$

해설

$$(2x^3 + 3x^2 + 5) = (x^2 + 2x - 1)(2x - 1) + 4x + 4$$

3. 다항식  $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을  $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면  
∴ 몫 :  $2x - 1$ , 나머지 :  $-2x + 2$   
몫과 나머지의 합은 1

4. 다음은  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$  을 보이는 과정이다.

$$\begin{aligned} & (a + b + c)^2 \\ &= (\square + c)^2 \\ &= \square^2 + 2(a + b) \times \square + c^2 \\ &= a^2 + \square + b^2 + 2ca + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \end{aligned}$$

이 때,  $\square$  안에 알맞은 것을 넣어라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $(a + b)$

▷ 정답:  $(a + b)$

▷ 정답:  $c$

▷ 정답:  $2ab$



5. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

①  $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

②  $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③  $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④  $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤  $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

6.  $(a-b-c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

①  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

②  $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③  $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④  $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤  $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a-b-c)^2 &= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

7.  $a = 2004, b = 2001$  일 때,  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  의 값은?

- ① 21      ② 23      ③ 25      ④ 27      ⑤ 29

해설

준 식은  $(a - b)^3$  이다.  
 $a - b = 2004 - 2001 = 3$   
 $\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

8. 임의의 실수  $x$ 에 대하여 등식  $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때,  $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -30

해설

$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$   
 양변에  $x=2, -2, 1$ 을 각각 대입하면  
 $0 = 1 + a + b + c, 0 = -27 + 9a - 3b + c, -9 = c$   
 세 식을 연립하여 풀면  $a = 5, b = 3, c = -9$   
 $\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$(x-2)(x+2)^2$   
 $= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$   
 $= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$   
 $= (x-1)[(x-1)((x-1) + a) + b] + c$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 2 & -4 & -8 \\
 & & 1 & 3 & -1 \\
 1 & 1 & 3 & -1 & -9 \leftarrow c \\
 & & 1 & 4 & \\
 1 & 1 & 4 & 3 & \leftarrow b \\
 & & 1 & & \\
 & 1 & 5 & & \leftarrow a
 \end{array}$$

$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$

9. 다음 식이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $A, B$ 의 값을 정할 때,  $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x$ 에 대한 항등식이므로  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립한다.  
따라서  $x = -1$ 을 양변에 대입하면,  
 $4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$   
 $-10 = 2B \quad \therefore B = -5$   
또,  $x = 1$ 을 양변에 대입하면,  
 $4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$   
 $-2 = 2A \quad \therefore A = -1$   
 $\therefore A = -1, B = -5$   
 $\therefore A + B = -6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,  
 $4x - 6 = (A - B)x + A + B$   
 $\therefore A + B = -6$

10. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면  $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

11. 등식  $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면  
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로  $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r} x^3 + ax^2 + 2x + b \\ x^2 + x + 1 \overline{) \phantom{x^3 + ax^2 + 2x + b}} \\ \underline{x^3 + x^2 + x \phantom{+ b}} \\ (a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1) \phantom{+ b} \\ \underline{(a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1)} \\ (2-a)x + b - a + 1 \end{array}$$

$$2 - a = 2, b - a + 1 = 1$$

$$a = 0, b = 0$$

12.  $x$ 에 대한 삼차식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이  $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = -1, b = 3$

②  $a = 1, b = 3$

③  $a = 3, b = -1$

④  $a = -3, b = -1$

⑤  $a = 3, b = 1$

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)(x + c) \\ = x^3 + cx^2 + x + c$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a = 3, b = 1$$

13. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겹넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

①  $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

②  $\frac{1}{2}(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④  $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

**해설**

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로  
가로를  $a$ , 세로를  $b$ , 높이를  $c$  라고 했을 때  
 $(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$   
모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로  
 $a + b + c = 44$   
따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겹넓이를 구할 수 있다.

14.  $a(a+1) = 1$  일 때,  $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$  의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1) = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$a^4 = (-a+1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$$= (-a+1) - 2a + 1 = -3a + 2$$

$$a^6 = a^4 \times a^2 = (-3a+2)(-a+1)$$

$$= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a+1) - 5a + 2$$

$$= -8a + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\ &= \frac{-2a + 1}{-8a + 4} = \frac{-2a + 1}{4(-2a + 1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

15.  $a + b = 4$ ,  $a^2 + b^2 = 10$  일 때,  $a^5 + b^5$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2}((a+b)^2 - (a^2 + b^2)) = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 28$$

$$\begin{aligned} \therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a+b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244 \end{aligned}$$

16.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

17. 다음은 두 복소수  $z_1, z_2$ 에 대하여 ' $z_1 \cdot z_2 = 0$ 이면  $z_1 = 0$  또는  $z_2 = 0$ '임을 보인 것이다.

$$\begin{aligned}
 & z_1 = a + bi, z_2 = c + di \quad (a, b, c, d \text{는 실수}) \text{라고 하자.} \\
 & z_1 z_2 = 0 \text{이면 } (a + bi)(c + di) = 0 \\
 & \text{이 식의 양변에 } (a - bi)(c - di) \text{를 곱하면} \\
 & (\text{좌변}) = (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \\
 & \quad = (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di) \\
 & \quad = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \\
 & (\text{우변}) = 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \\
 & \therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 0 \\
 & \text{따라서 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 또는 } c^2 + d^2 = 0 \text{ 이므로} \\
 & a = b = 0 \text{ 또는 } c = d = 0 \\
 & \therefore z_1 = 0 \text{ 또는 } z_2 = 0
 \end{aligned}$$

다음 중 위의 과정에 이용되지 않는 성질은?

- ① 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $x^2 + y^2 = 0$ 이면  $x = y = 0$ 이다.
- ② 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $xy = 0$ 이면  $x = 0$  또는  $y = 0$ 이다.
- ③ 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + yi = 0$ 이면  $x = y = 0$ 이다.
- ④ 임의의 복소수  $\alpha$ 에 대하여  $0 \cdot \alpha = 0$ 이다.
- ⑤ 복소수  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\alpha\beta = \beta\alpha$ 이다.

**해설**

$$\begin{aligned}
 & z_1 = a + bi, z_2 = c + di \quad (a, b, c, d \text{는 실수}) \text{라고 하자.} \\
 & z_1 z_2 = 0 \text{이면 } (a + bi)(c + di) = 0 \\
 & (\text{좌변}) = (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \cdots \text{ ⑤} \\
 & \quad = (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di) \\
 & \quad = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \\
 & (\text{우변}) = 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \cdots \text{ ④} \\
 & \therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 0 \cdots \text{ ②} \\
 & \text{따라서 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 또는 } c^2 + d^2 = 0 \text{ 이므로 } \cdots \text{ ①} \\
 & a = b = 0 \text{ 또는 } c = d = 0 \cdots \text{ ③의 역} \\
 & \therefore a + bi = 0 \text{ 또는 } c + di = 0 \\
 & \text{즉, 이 과정에서 ③의 역은 이용되었지만, ③은 이용되지 않았다.}
 \end{aligned}$$

18. 복소수  $z$ 의 켈레복소수를  $\bar{z}$ 라 할 때, 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $z \neq 0$ )

보기

- |                         |                            |
|-------------------------|----------------------------|
| ㉠ $z + \bar{z}$ 는 실수이다. | ㉡ $z\bar{z} > 0$           |
| ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다. | ㉣ $z^2 + \bar{z}^2 \geq 0$ |

- ㉠, ㉡                      ㉡ ㉠, ㉣                      ㉢ ㉠, ㉣  
 ㉢, ㉣                      ㉣ ㉢, ㉣, ㉣

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$ , ( $a, b$ 는 실수)  
 ㉠  $z + \bar{z} = 2a$ (실수)  
 ㉡  $z\bar{z} = a^2 + b^2 > 0$   
 ㉢  $z - \bar{z} = 2bi$ ,  $b = 0$ 일 경우에는 0이다.  
 즉,  $z$ 가 실수부로부터 이루어져 있는 경우에는 실수이다.  
 ex)  $z = 3, \bar{z} = 3, z - \bar{z} = 3 - 3 = 0$   
 ㉣  $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a^2 - b^2) \rightarrow$  우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.

19. 복소수  $z$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이다.)

보기

- ㉠  $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.  
 ㉡  $z + \bar{z}$ 는 실수이다.  
 ㉢  $z - \bar{z}$ 는 허수이다.  
 ㉣  $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$  이므로

㉠  $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$  (실수)

㉡  $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$  (실수)

㉢  $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$  이면 실수,  $b \neq 0$  이면 허수이다.

㉣  $(z+1)(\bar{z}+1) = (a + bi + 1)(a - bi + 1)$   
 $= (a + 1 + bi)(a + 1 - bi)$   
 $= (a + 1)^2 + b^2$  (실수)

20.  $z = \frac{\sqrt{2}}{1-i}$  일 때,  $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$  의 값은?

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$z^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i}$$
$$= -\frac{i}{i^2} = i$$

$$\therefore z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 = i^2 + i - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1$$
$$= -1 + i - (1+i) + 1 = -1$$

21.  $x = \frac{1+3i}{1+i}$  일 때,  $x^3 - 4x^2 + 4x + 1$  의 값은?

①  $1+i$

②  $1-i$

③  $-1+i$

④  $-1-i$

⑤  $1$

해설

$$x = 2 + i$$

$$(x-2)^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x = -5$$

$$(\text{준식}) = x(x^2 - 4x) + 4x + 1$$

$$= -5x + 4x + 1$$

$$= -x + 1$$

$$= -1 - i$$

22.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값이 아닌 것은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① 2      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$  이 성립하려면  $n = 4m + 2$  ( $m \geq 0$ )

③ :  $8 = 4 \times 2 + 0$