**1.** 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 $(x, y)$ 로 나타내면

( i ) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1,4)$ , $(2,3)$ , $(3,2)$ , $(4,1)$ : 4 가지
( ii ) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2,6)$ , $(3,5)$ , $(4,4)$ , $(5,3)$ , $(6,2)$ : 5 가지
그런데 ( i ), ( ii )는 동시에 일어날 수 없으므로
$4+5=9$ (가지)
$\therefore 9$

**2.** $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

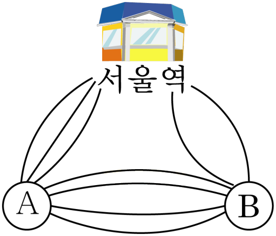
▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 12 개

해설

$a$, $b$ 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
$p$, $q$, $r$ 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
$x$, $y$ 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
$2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

**3.** 지점 $A$ 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 $B$ 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, $A$ 에서 서울역을 거치지 않고 $B$ 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 $A$와 $B$를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, $A$ 에서 출발한다.)




▶ 답 : ____ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

( i ) $A \rightarrow$ 서울역 $\rightarrow B \rightarrow A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

( ii ) $A \rightarrow B \rightarrow$ 서울역 $\rightarrow A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

( i ), ( ii ) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

**4.** $\dfrac{{}_{n}P_{3}}{{}_{n+2}P_{3}} = \dfrac{5}{12}$ 일 때 $n$ 값을 구하면?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$$\frac{{}_{n}P_{3}}{{}_{n+2}P_{3}} = \frac{\dfrac{n!}{(n-3)!}}{\dfrac{(n+2)!}{(n+2-3)!}}$$

$$= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$$

$\dfrac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \dfrac{5}{12}$ 을 풀면

$7n^2 - 51n + 14 = 0$

$(7n-2)(n-7) = 0$

$\therefore n = \dfrac{2}{7}$ 또는 $n = 7$

${}_{n}P_{3}$ 에서 $n$은 3 이상의 자연수이므로

$\therefore n = 7$

**5.** 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

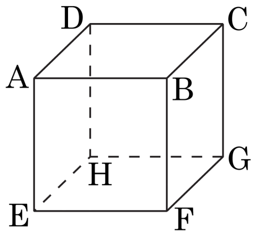
① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

**해설**

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

**6.** 다음 그림의 정육면체에서 모서리를 따라 꼭짓점 $A$ 에서 $G$ 까지의 최단경로의 수를 구하시오.




▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 6 개

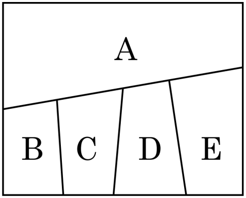
해설

$A$ 에서 가는 방법은 $B, D, E$ 의 3 가지 이고 $B, D, E$ 에서 $G$ 로 가는 방법은 각각 2 가지
(예를 들어 $B \to C \to G$ 또는
$B \to F \to G$ , 2 가지)
$\therefore$ 따라서 최단경로는 $3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

$A \to B$ 와 같이 가는 경우를 $a$ ,
$A \to D$ 와 같이 가는 경우를 $b$ ,
$A \to E$ 와 같이 가는 경우를 $c$ 라 하면,
$A \to G$ 로 가는 최단경로의 수는 $a, b, c$ 의 배열과 같다.
$\therefore 3! = 6$ (가지)

**7.** 그림과 같이 구분된 A, B, C, D, E의 5부분에 서로 다른 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하려고 할 때, 칠하는 방법의 수는?




① 1440 ② 1920 ③ 2320 ④ 2560 ⑤ 3690

해설

A부분에 칠하는 방법은 6가지,
이 때 B에 칠하는 방법은 A에 칠한 색을 제외한 5가지이고 C에는 A, B에 칠한 색을 제외한 4가지, D에는 A, C에 칠한 색을 제외한 4가지, E에는 A, D에 칠한 색을 제외한 4가지이므로
$6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1920$ (가지)

**8.** $1, 2, 3, 4, 5$ 를 일렬로 나열하여 다섯 자리의 정수 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$ 를 만들 때, $a_i = i$ 가 되지 않는 정수의 개수를 구하여라. (단, $i = 1, 2, 3, 4, 5$)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 44 개

해설

$a_1 = 1$ 이 아니므로 $a_1$ 이 2, 3, 4, 5인 경우에 대하여 $a_2, a_3, a_4, a_5$ 를 각각 구해보면
정수의 개수는 44 개이다.

**9.** 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

$_4P_2 = 12$

**10.** 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400　② 3456　③ 3500　④ 3546　⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$\Rightarrow 4! = 24$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$

**11.** 6 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$를 일렬로 배열할 때, 모음 $a,\ e$가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 480 가지

해설

$a,\ e$ 를 제외한 나머지 $b,\ c,\ d,\ f$ 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 $4!$ 가지가 있다.
이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 $a,\ e$를 늘어 놓으면, $a,\ e$는 이웃할 수 없다.
즉, $\square\ b\ \square\ c\ \square\ d\ \square\ f\ \square$의 다섯 개의 $\square$중에 두 개를 골라 $a,\ e$ 를 배열한다.
따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times {}_5P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

**12.** 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 4! (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 3! (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

**13.** a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \ \dfrac{5!}{2!} = 60$

**14.** 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세 가지 숫자를 사용하여 만든 세 자리의 자연수 중 5의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

( i ) 1의 자리가 0인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4, 5의 5가지가 올 수 있고, 10의 자 리에는 100의 자리의 수를 제외한 4가지가 올 수 있다.

$\therefore\ 5 \times 4 = 20$(가지)

( ii ) 1의 자리가 5인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4의 4가지가 올 수 있고, 10의 자리 에는 100의 자리의 수를 제외한 3가지와 0의 4가지가 올 수 있다.

$\therefore\ 4 \times 4 = 16$(가지)

( i ), ( ii )에서 $20 + 16 = 36$(개)

**15.** 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 하나씩 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 택하여 만들 수 있는 세 자리의 정수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

3 의 배수가 되려면 자리수의 합이 3 의 배수가 되어야 한다.

1) 합이 3 : (2, 1, 0) 세자리 수의 개수 : 4 개

2) 합이 6 : (4, 2, 0) (3, 2, 1)

세자리 수의 개수 : $4+6=10$ 개

3) 합이 9 : (4, 3, 2)

세자리 수의 개수 : 6 개

$\therefore\ 4+10+6=20$

**16.** 남자 5 명과 여자 6 명 중에서 남자 2 명, 여자 3 명을 뽑아 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 12000 ② 16000 ③ 20000

④ 24000 ⑤ 28000

해설

$_5C_2 \times _6C_3 \times 5! = 24000$

**17.** 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$
$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$
$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

**18.** 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 $a$, 지불할 수 있는 금액의 수를 $b$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 98 ② 102 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

**해설**

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3+1)$가지이다.
그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수) $= (3+1)(3+1)(3+1)-1 = 63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$= (9+1)(3+1)-1 = 39$
$\therefore a+b = 102$

**19.** *climate* 의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 $a$, $e$, $i$ 로 정해져 있다.

7 개의 문자를 나열한 후 $a$, $e$, $i$를 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{7!}{3!} = 840$$

**20.** 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 여학생 3명 중 적어도 2명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144　② 240　③ 432　④ 576　⑤ 720

해설

6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$

여학생 3명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3명을 세우고, 남학생 3명 사이 및 양끝 4개의 자리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$

따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

**21.** ${}_{1}C_{0} + {}_{2}C_{1} + {}_{3}C_{2} + {}_{4}C_{3} + \cdots + {}_{10}C_{9}$ 의 값과 같은 것은?

① ${}_{11}C_{6}$ ② ${}_{11}C_{7}$ ③ ${}_{11}C_{8}$ ④ ${}_{11}C_{9}$ ⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

${}_{n}C_{r-1} + {}_{n}C_{r} = {}_{n+1}C_{r}$

따라서 ${}_{1}C_{0} + {}_{2}C_{1} + {}_{3}C_{2} + {}_{4}C_{3} + \cdots + {}_{10}C_{9}$

$= {}_{3}C_{1} + {}_{3}C_{2} + {}_{4}C_{3} + \cdots + {}_{10}C_{9} = {}_{4}C_{2} + {}_{4}C_{3} + \cdots + {}_{10}C_{9}$

$\cdots = {}_{11}C_{9}$

**22.** 5쌍의 부부 중에서 임의로 4명을 뽑을 때, 그 중에서 부부는 한쌍만 포함되는 경우의 수는?

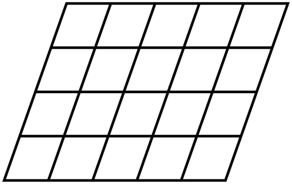
① 100 ② 120 ③ 140 ④ 160 ⑤ 180

해설

먼저 5쌍의 부부중 한 쌍의 부부를 선택하고
나머지 사람들 중 2명을 뽑는 경우에서 부부가
쌍으로 뽑히는 경우를 제외하여 곱한다.

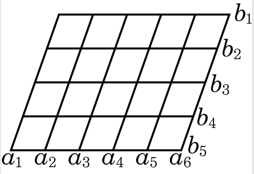
$\therefore\ {}_5C_1 \times ({}_8C_2 - {}_4C_1) = 120$

**23.** 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설




그림에서 평행사변형이 형성되려면 가로축 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 중에서 2 개와 세로축 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6\mathrm{C}_2 \times {}_5\mathrm{C}_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

**24.** 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12600 개

해설

7 명을 2 명, 2 명, 3 명씩 3 개의 조로
나누는 방법의수는

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$

3 개의 조가 2 층부터 7 층까지 6 개의 층 중
3 개의 층에서 각각 내리므로 구하는 방법의 수는
$105 \times {}_6P_3 = 12600$

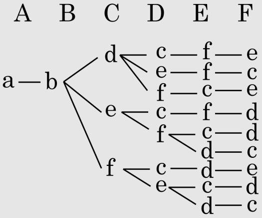
**25.** 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60가지　　② 85가지　　③ 120가지

④ 135가지　　⑤ 145가지

해설

$A, B, C, D, E, F$ 의 6 명과 수험표를 $a, b, c, d, e, f$ 라 하고 수형도를 그린다.




$\therefore$ $(A, B)$ 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

**26.** 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

**27.** 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

| $S$ | $M$ | $T$ | $W$ | $T$ | $F$ | $S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

대원이는 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

① 30 ② 45 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15\ (\text{가지})$$

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6\ (\text{가지})$$

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)

**28.** 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 $A$ 에서 $A$ 로의 함수 $f$ 의 개수는?

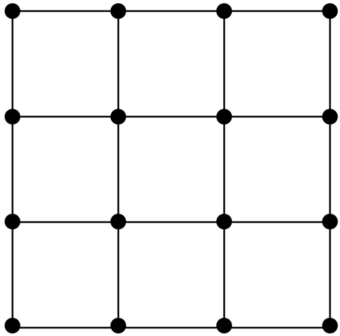
> ㉠ 함수 $f$ 는 일대일대응이다.
>
> ㉡ $f(1) = 5$ 이다.
>
> ㉢ $a \geq 2$ 이면 $f(a) \leq a$ 이다.

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

**해설**

조건 ㉢에 의해 $f(2) \leq 2$이므로 $f(2)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
조건 ㉠, ㉢에 의해 $f(3) \leq 3$, $f(3) \neq f(2)$ 이므로 $f(3)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
같은 방법으로 $f(4)$ 를 정하는 방법의 수도 ${}_2C_1$ 이고, $f(5)$ 를 정하는 방법의 수는 1
$\therefore\ {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

**29.** 아래 그림과 같이 정사각형 모양으로 16 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 몇 개인가?

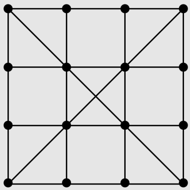


① 342　② 428　③ 489　④ 516　⑤ 642

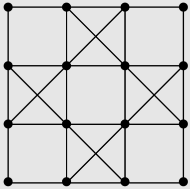
해설

전체 삼각형의 개수에서 일직선 위에 있는 점들 중 3개를 고를 경우를 제한다.

1) 점 4 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 10 가지

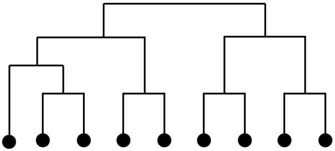


2) 점 3 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 4 가지



${}_{16}C_3 - ({}_4C_3 \times 10 + {}_3C_3 \times 4) = 516$

**30.** 9 개의 팀이 다음 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



① 3780 ② 7560 ③ 11340

④ 15120 ⑤ 18900

**해설**

일단 9 명을 5 명,4 명으로 나눈다. $\Rightarrow {}_9C_5 = 126$

1) 왼쪽의 조의 경우 먼저 3 명, 2 명으로 나누고, 3 명중 부전승으로 올라갈 사람 1 명을 선택한다.

$\Rightarrow {}_5C_3 \times {}_3C_1 = 30$

2) 오른쪽의 조는 2 명, 2 명으로 나눈다.

$\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$

$\therefore 126 \times 30 \times 3 = 11340$