**1.** 다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{2}$으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R$라고 할 때, $f(x)$를 $2x-1$으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $R$
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $R$
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x-\frac{1}{2}$에 2를 곱하면 $2x-1$

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R=(2x-1)\frac{1}{2}Q(x)+R$$

**2.** 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때, $x+\frac{b}{a}$로 나눈 몫은?

▶ 답 :

▷ 정답 : $aQ(x)$

해설

$f(x)=(ax+b)Q(x)+R=(x+\frac{b}{a})aQ(x)+R$

**3.** 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 $x^3$ 의 계수를 각각 $a$, $b$라 할 때, $a-b$의 값은?

① $4^3-5^3$  ② $3^3-3^4$  ③ 0
④ 1  ⑤ $-1$

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$라 놓으면
$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$
$=(A+x^4)^3$
$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$
$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$
이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$은 $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 $x^3$ 의 계수는 같다.
$\therefore\ a-b=0$

**4.** $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수는?

① 0　② 2　③ $-2$　④ 4　⑤ $-4$

해설

$x^3$ 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 = 8+(-12) = -4$

**5.** $k$의 값에 관계없이$(2k^2-3k)x-(k+2)y-(k^2-4)z = 28$이 항상 성립하도록 $x, y, z$의 값을 정할 때, $3x+y+z$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

주어진 식을 $k$에 대해 정리하면

$(2x-z)k^2-(3x+y)k-(2y-4z+28)=0$

$\therefore\ 2x-z=0, 3x+y=0, 2y-4z+28=0$

$z=2x,\ y=-3x$ 을 $2y-4z+28=0$에 대입하면

$x=2,\ y=-6,\ z=4$

$\therefore\ 3x+y+z=4$

**6.** 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 $k$의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $x, y$에 대하여 $x+y$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x,\ y-3x=-10$

$\therefore x=4,\ y=2$

$\therefore x+y=6$

**7.** 다항식 $f(x)$를 $x-3$으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이고, 또 $Q(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 $-2$이다. $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$f(x)=(x-3)Q(x)+1$

$Q(2)=-2$

$f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 $f(2)$이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2-3)Q(2)+1 \\ &= -1\times(-2)+1=3 \end{aligned}$$

**8.** $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$를 $x^2+2x-3$으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$
\begin{aligned}
f(x) &= (x-1)Q(x)+3 \\
&= (x-1)\{(x+3)Q'(x)+2\}+3 \\
&= (x-1)(x+3)Q'(x)+2(x-1)+3 \\
&= (x^2+2x-3)Q'(x)+2x+1
\end{aligned}
$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

**9.** 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$에 대하여 $f(x) - 2$는 $x - 1$로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$는 $x + 1$로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$의 값은 ?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$로 떨어지므로
$f(1) - 2 = 0 \ \therefore \ 1 + a + b - 2 = 0$
$\therefore \ a + b = 1 \cdots$①
$f(x) + 2$ 는 $x + 1$로 나누어 떨어지므로
$f(-1) + 2 = 0 \ \therefore \ 1 - a + b + 2 = 0$
$\therefore \ -a + b = -3 \cdots$②
㉠, ㉡ 에서 $a = 2, \ b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$

**10.** 다항식 $2x^3+3x^2+ax+b$가 $x+2$로 나누어 떨어질 때, $2a-b$의 값은?

① 28　② 12　③ 6　④ $-4$　⑤ $-12$

해설

준식을 $f(x)$라 하면 $f(-2)=0$이므로
$-16+12-2a+b=0$에서 $2a-b=-4$

**11.** $(x^2-x)(x^2-x+1)-6$을 인수분해 하면?

① $\left(x^2-x+2\right)(x-3)(x+1)$
② $\left(x^2-x+3\right)(x-2)(x+1)$
③ $\left(x^2+x+1\right)(x-2)(x+3)$
④ $\left(x^2-x+2\right)(x+3)(x-1)$
⑤ $\left(x^2-x+1\right)(x+2)(x-3)$

해설

$A=x^2-x$로 치환하면
(준식) $=A(A+1)-6$
$=A^2+A-6$
$=(A+3)(A-2)$
즉, $\left(x^2-x+3\right)\left(x^2-x-2\right)$
$=\left(x^2-x+3\right)(x-2)(x+1)$

**12.** $(a^2-1)(b^2-1)-4ab$를 인수분해하면?

① $(ab-a+b-1)(ab-a-b-1)$
② $(ab-a+b+1)(ab-a-b+1)$
③ $(ab+a-b+1)(ab-a+b-1)$
④ $(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)$
⑤ $(ab+a+b+1)(ab+a-b-1)$

해설

(준식) $= a^2b^2-a^2-b^2+1-4ab$
$= (a^2b^2-2ab+1)-(a^2+2ab+b^2)$
$= (ab-1)^2-(a+b)^2$
$= (ab+a+b-1)(ab-a-b-1)$

**13.** $\dfrac{2012^3+8}{2012\times 2010+4}$ 의 값은?

① 2010 ② 2011 ③ 2012 ④ 2013 ⑤ 2014

해설

$a=2012$ 라 치환하면,

$$\begin{aligned}\frac{2012^3+8}{2012\times 2010+4} &= \frac{a^3+2^3}{a\times(a-2)+4}\\ &= \frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2-2a+4}\\ &= 2012+2\\ &= 2014\end{aligned}$$

**14.** $(125^2-75^2)\div\{5+(30-50)\div(-4)\}$ 의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$125^2-75^2=(125+75)(125-75)$
$=200\times50=10000$
$5+(30-50)\div(-4)=5+5=10$ 이므로
(준 식)$=10000\div10=1000$

**15.** 일차식 $f(x)$와 이차식 $g(x)$의 최대공약수는 $x+1$이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$일 때, $ab$의 값은?

① 0  ② 5  ③ 10  ④ 15  ⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로
$f(x)=x+1,\ g(x)=(x+1)(x+c)$
$f(x)g(x)=(x+1)(x+1)(x+c)$
$=x^3+(c+2)x^2+(2c+1)x+c$
$=x^3-x^2+ax+b$
계수를 비교하면 $c+2=-1,\ 2c+1=a,\ b=c$
$\therefore\ c=-3,\ a=-5,\ b=-3$
$\therefore\ ab=15$

해설

$f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$는 $x+1$로 두 번 나누어 떨어진다.
조립제법으로 나누어 보면
$-a+b-2=0, a+5=0$
$\therefore\ a=-5,\ b=-3$이므로 $ab=15$

**16.** 두 다항식 $x^2+3x+a$, $x^2-3x+b$의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$　　② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$　　④ $x^3-9x+8$

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 $a$, $b$를 구한다.

$1+3+a=0$ $1-3+b=0$에서 $a=-4$ $b=2$

$\therefore$ $x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

**17.** 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-2$이고, 최소공배수가 $x^3-6x^2+3x+10$일 때, 두 다항식의 합을 구하면? (단, 이차항의 계수는 모두 1이다.)

① $2x^2-6x+8$　② $2x^2-6x+7$　③ $2x^2-8x+8$
④ $2x^2-9x+10$　⑤ $2x^2+6x+9$

해설

구하는 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$이므로
두 다항식은 $(x-2)a, (x-2)b$ ($a, b$는 서로소)
최소공배수 $(x-2)ab = x^3-6x^2+3x+10$
$= (x-2)(x+1)(x-5)$
그러므로 $a = x-5, b = x+1$
또는 $a = x+1, b = x-5$
따라서 두 다항식은
$(x-2)(x-5) = x^2-7x+10$,
$(x-2)(x+1) = x^2-x-2$
$\therefore$두 다항식의 합은 $2x^2-8x+8$

**18.** 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x+2$이고, 최소공배수가 $x^3-2x^2-5x+6$일 때, 두 다항식의 합은?

① $2(x+2)(x-1)$　② $2(x+2)(x-2)$

③ $(x+2)(x-2)$　④ $2(x+1)(x-1)$

⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$L=(x-1)(x-3)(x+2)$

두 다항식은 $(x-1)(x+2)$, $(x-3)(x+2)$

두 다항식의 합은 $2(x+2)(x-2)$

**19.** $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 의 값을 구하면?

① 0  ② $i$  ③ 1  ④ $1+i$  ⑤ $1-i$

해설

$\frac{1+i}{1-i}=i,\ \frac{1-i}{1+i}=-i$

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$

$=i^{2005}+(-i)^{2005}$

$=(i^4)^{501}\cdot i+((-i)^4)^{501}\cdot(-i)$

$=i+(-i)=0$

**20.** $f(x)=\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{1000}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)-f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$의 값을 구하면?

① $i$ ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ $2i$

해설

$\frac{1-i}{1+i}=-i,\ \frac{1+i}{1-i}=i$

$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)-f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$

$=f(-i)-f(i)$

$=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1000}-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1000}$

$=(-i)^{1000}-(i)^{1000}$

$=1-1$

$=0$

**21.** $\alpha = -2 + i$ , $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 $\alpha$, $\beta$ 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　② 2　③ 4　④ 10　⑤ 20

해설

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$
$= (-1 - i)(-1 + i)$
$= 2$

**22.** 복소수 $w=2-i$ 에 대하여 $\dfrac{w}{w+1}+\dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$ 의 값은? (단, $\overline{w}$ 는 $w$ 의 켤레복소수이다.)

① $\dfrac{3}{5}$　　② $\dfrac{7}{5}$　　③ $1$　　④ $\dfrac{7}{10}$　　⑤ $\dfrac{9}{10}$

**해설**

$\overline{w}=2+i$

$$\frac{w}{w+1}+\frac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$$
$$=\frac{2-i}{3-i}+\frac{2+i}{3+i}$$
$$=\frac{(2-i)(3+i)+(2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$$
$$=\frac{14}{10}$$
$$=\frac{7}{5}$$

**해설**

$\omega+\overline{\omega}=4, \omega\overline{\omega}=5$

$$\frac{w}{w+1}+\frac{\overline{w}}{\overline{w}+1}=\frac{2\omega\overline{\omega}+\omega+\overline{\omega}}{\omega\overline{\omega}+\omega+\overline{\omega}+1}$$
$$=\frac{10+4}{5+4+1}$$
$$=\frac{7}{5}$$

**23.** $x=\dfrac{3+i}{2}$ 일 때, $p=2x^3-2x^2-5x+3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$ ② $2-i$ ③ $-2+i$
④ $-4+i$ ⑤ $4+i$

해설

$x=\dfrac{3+i}{2}$ 에서 $2x-3=i$
$(2x-3)^2=i^2$ 에서 $2x^2-6x+5=0$
나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면
$2x^3-2x^2-5x+3$
$=(2x^2-6x+5)(x+2)+2x-7$
$=2x-7$
$=2\left(\dfrac{3+i}{2}\right)-7$
$=-4+i$

**24.** $z=\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4+z^2-\sqrt{2}z+1$ 의 값은?

① $-3$　② $-2$　③ $-1$　④ $0$　⑤ $1$

해설

$z=\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}=\dfrac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$

$z^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2=\dfrac{2}{1-2i+i^2}=\dfrac{2}{-2i}=-\dfrac{1}{i}$

$=-\dfrac{i}{i^2}=i$

$\therefore\ z^4+z^2-\sqrt{2}z+1=i^2+i-\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}(1+i)}{2}+1$

$=-1+i-(1+i)+1=-1$

**25.** 다음 조건을 모두 만족하는 0 이 아닌 세 실수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 식 $\sqrt{a}\times\sqrt{a}+\dfrac{\sqrt{-b}}{\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{2c}}{\sqrt{-2c}}$ 을 간단히 하면?

| | |
|---|---|
| ㉠ $a>b>c$ | ㉡ $ac<bc$ |
| ㉢ $\lvert bc \rvert = bc$ | ㉣ $a>0$ |

① $a$　　② $a-2i$　　③ $a+2i$
④ $-a$　　⑤ $-a-2i$

해설

i) $a>b>c,\quad ac<bc \quad\Rightarrow\quad c<0$
ii) $\lvert bc \rvert = bc \ \Rightarrow\ b,\ c$는 같은 부호$\Rightarrow\quad b<0$

$$\therefore\ \sqrt{a}\times\sqrt{a}+\frac{\sqrt{-b}}{\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{-2c}}$$
$$=\lvert a\rvert+\sqrt{\frac{-b}{b}}-\sqrt{\frac{2c}{-2c}}$$
$$=a+i-i=a$$

**26.** 두 실수 $x,\ y$가 $x+y=-5,\ xy=2$를 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}$의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$　② $\frac{5\sqrt{2}}{4}$　③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$　④ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$　⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x+y=-5,\ xy=2$에서 $x<0,\ y<0$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \\ &= \frac{x+y}{-\sqrt{xy}} \\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

**27.** $x+\frac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1　② $-1$　③ $-2$　④ 2　⑤ 101

해설

$x+\frac{1}{x}=1$ 에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

$$(준\ 식)=(x^3)^{33}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}$$
$$=-x^2+\frac{-1}{x^2}=-\frac{x^4+1}{x^2}=-\frac{-x+1}{x^2}$$
$$=\frac{x-1}{x^2}=1$$

**28.** $a+b=4$, $a^2+b^2=10$ 일 때, $a^5+b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$a+b=4$ , $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^5+b^5 &= (a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)\\ &= 28\times 10-9\times 4\\ &= 244\end{aligned}$$

**29.** $x$에 대한 삼차식 $f(x)$에 대하여 $f(x)+8$은 $(x+2)^2$으로 나누어 떨어지고, $1-f(x)$는 $x^2-1$로 나누어 떨어질 때, $f(x)$의 상수항은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$f(x)+8=(x+2)^2(ax+b)\cdots$ ㉠
$1-f(x)=(x^2-1)Q(x)\cdots$ ㉡
㉡에서 $f(1)=1,\ f(-1)=1$
그러므로 ㉠에서
$1+8=9(a+b)\cdots$ ㉢
$1+8=-a+b\cdots$ ㉣
㉢, ㉣에서 $a=-4,\ b=5$
$\therefore\ f(x)=(x+2)^2(-4x+5)-8$
$\therefore$ 상수항은 $f(0)=2^2\cdot 5-8=12$

**30.** 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x)-g(x)$를 $x^2+3x-15$로 나누면 나머지가 $-2$이다.
이때, $f(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나눈 나머지는?

① 5　　② 10　　③ 15　　④ 20　　⑤ 24

해설

$f(x)+g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_1(x)+12\cdots$ ㉠
$f(x)-g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_2(x)-2\cdots$ ㉡
㉠ + ㉡을 하면
$2f(x)=\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+10$
$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+5$
$\therefore$ 나머지는 5

**31.** $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① $-3$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $3$

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$(\text{준식})=\frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab}$$
$$=\frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc}$$
$$=\frac{-(a^3+b^3+c^3)}{abc}$$
$$=\frac{-3abc}{abc}=-3$$

해설

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$
$$=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right)$$
$$=\frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a}$$
$$=\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a}\ (\because\ a+b+c=0)$$
$$=-3$$

**32.** $a+b+c=0$일 때, $\frac{a^2+1}{bc}+\frac{b^2+1}{ac}+\frac{c^2+1}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(준식) $=\frac{a(a^2+1)+b(b^2+1)+c(c^2+1)}{abc}$

$=\frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}$

그런데, $a^3+b^3+c^3=3abc$이므로

$\therefore \frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}=\frac{3abc}{abc}=3$

**33.** 삼각형의 세 변의 길이 $a, b, c$ 사이에 $a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$ 의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $a=b$ 인 이등변삼각형
② $\angle A=90°$ 인 직각삼각형
③ $b=c$ 인 이등변삼각형
④ $\angle C=90°$ 인 직각삼각형
⑤ 정삼각형

해설

$a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$
$a^2(a+b)+b^2(a+b)-c^2(a+b)=0$
$(a+b)(a^2+b^2-c^2)=0$
$a=-b$ 또는 $c^2=a^2+b^2$
$a, b, c$ 모두 양수이므로, $c^2=a^2+b^2$
$\therefore \angle C=90°$ 인 직각삼각형

**34.** $a$, $b$, $c$가 $\triangle$ABC의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$을 만족하는 삼각형의 모양은?

① 직삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$

$a^2(a+b) - b^2(a+b) - c(a^2 - b^2) = 0$

$(a+b)(a^2 - ac + bc - b^2) = 0$

$(a+b)\{((a-b)(a+b) - c(a-b)\} = 0$

$(a+b)(a-b)(a+b-c) = 0$

$a+b > 0, a+b-c > 0$이므로 $a = b$

$\therefore a = b$인 이등변삼각형

**35.** $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$　② $(b+c)^2$　③ $(a+b)(b+c)$
④ $(a-b)(a-c)$　⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$2a^2+bc=2a^2-b(a+b)$ ($\because$ $c=-a-b$)
$=2a^2-ab-b^2$
$=(a-b)(2a+b)$
$=(a-b)(a+b+a)$
$=(a-b)(a-c)$ ($\because a+b=-c$)

**36.** 두 실수 $a,\ b$에 대하여 $[a,\ b] = a^2 - b^2$라 할 때, $\left[x^2,\ x-1\right] + [2x+1,\ 3] + [0,\ 1]$을 인수분해하면 $(x-a)(x^3+x^2+bx+c)$이다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ c$의 합 $a+b+c$의 값은?

① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

$\left[x^2,\ x-1\right] + [2x+1,\ 3] + [0,\ 1]$
$= x^4 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - 9 + 0 - 1$
$= x^4 - x^2 + 2x - 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10$
$= x^4 + 3x^2 + 6x - 10$
$= (x-1)(x^3 + x^2 + 4x + 10)$
$= (x-a)(x^3 + x^2 + bx + c)$
따라서, $a = 1,\ b = 4,\ c = 10$이므로
$a + b + c = 15$