1. 다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{2}$으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 할 때, $f(x)$를 $2x-1$으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$
④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x-\frac{1}{2}$에 2를 곱하면 $2x-1$

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R=(2x-1)\frac{1}{2}Q(x)+R$$

2. 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때, $x+\frac{b}{a}$로 나눈 몫은?

▶ 답 :

▷ 정답 : $aQ(x)$

해설

$$f(x)=(ax+b)Q(x)+R=(x+\frac{b}{a})aQ(x)+R$$

3. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a, b라 할 때, $a-b$의 값은?

① 4^3-5^3 ② 3^3-3^4 ③ 0

④ 1 ⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$라 놓으면

$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$

$=(A+x^4)^3$

$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$

$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$

이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$은 x^3항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3의 계수는 같다.

$\therefore\ a-b=0$

4. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 \ = 8+(-12) = -4$

5. k의 값에 관계없이 $(2k^2-3k)x-(k+2)y-(k^2-4)z=28$이 항상 성립하도록 x, y, z의 값을 정할 때, $3x+y+z$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k에 대해 정리하면

$(2x-z)k^2-(3x+y)k-(2y-4z+28)=0$

$\therefore\ 2x-z=0, 3x+y=0, 2y-4z+28=0$

$z=2x,\ y=-3x$을 $2y-4z+28=0$에 대입하면

$x=2,\ y=-6,\ z=4$

$\therefore\ 3x+y+z=4$

6. 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 k의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x,\ y-3x=-10$

$\therefore x=4,\ y=2$

$\therefore x+y=6$

7. 다항식 $f(x)$를 $x-3$으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이고, 또 $Q(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 -2이다. $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x) = (x-3)Q(x) + 1$

$Q(2) = -2$

$f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 $f(2)$이다.

$$f(2) = (2-3)Q(2) + 1$$
$$= -1 \times (-2) + 1 = 3$$

8. $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$를 x^2+2x-3으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x)+3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x)+2\}+3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x)+2(x-1)+3 \\ &= (x^2+2x-3)Q'(x)+2x+1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

9. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$에 대하여 $f(x) - 2$는 $x - 1$로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$는 $x + 1$로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$로 떨어지므로
$f(1) - 2 = 0 \quad \therefore \; 1 + a + b - 2 = 0$
$\therefore \; a + b = 1 \cdots$ ①
$f(x) + 2$ 는 $x + 1$로 나누어 떨어지므로
$f(-1) + 2 = 0 \quad \therefore \; 1 - a + b + 2 = 0$
$\therefore \; -a + b = -3 \cdots$ ②
㉠, ㉡ 에서 $a = 2, \; b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$

10. 다항식 $2x^3+3x^2+ax+b$가 $x+2$로 나누어 떨어질 때, $2a-b$의 값은?

① 28　② 12　③ 6　④ -4　⑤ -12

해설

준식을 $f(x)$라 하면 $f(-2)=0$이므로
$-16+12-2a+b=0$에서 $2a-b=-4$

11. $(x^2-x)(x^2-x+1)-6$을 인수분해 하면?

① $(x^2-x+2)(x-3)(x+1)$

② $(x^2-x+3)(x-2)(x+1)$

③ $(x^2+x+1)(x-2)(x+3)$

④ $(x^2-x+2)(x+3)(x-1)$

⑤ $(x^2-x+1)(x+2)(x-3)$

해설

$A=x^2-x$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= A(A+1)-6\\ &= A^2+A-6\\ &= (A+3)(A-2)\end{aligned}$$

즉, $(x^2-x+3)(x^2-x-2)$

$=(x^2-x+3)(x-2)(x+1)$

12. $(a^2-1)(b^2-1)-4ab$를 인수분해하면?

① $(ab-a+b-1)(ab-a-b-1)$

② $(ab-a+b+1)(ab-a-b+1)$

③ $(ab+a-b+1)(ab-a+b-1)$

④ $(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)$

⑤ $(ab+a+b+1)(ab+a-b-1)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= a^2b^2-a^2-b^2+1-4ab \\
&= (a^2b^2-2ab+1)-(a^2+2ab+b^2) \\
&= (ab-1)^2-(a+b)^2 \\
&= (ab+a+b-1)(ab-a-b-1)
\end{aligned}
$$

13. $\dfrac{2012^3+8}{2012\times2010+4}$ 의 값은?

① 2010　② 2011　③ 2012　④ 2013　⑤ 2014

해설

$a=2012$ 라 치환하면,

$$\frac{2012^3+8}{2012\times2010+4}=\frac{a^3+2^3}{a\times(a-2)+4}$$
$$=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2-2a+4}$$
$$=2012+2$$
$$=2014$$

14. $\left(125^2 - 75^2\right) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75)$$
$$= 200 \times 50 = 10000$$

$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + 5 = 10$ 이므로

(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

15. 일차식 $f(x)$와 이차식 $g(x)$의 최대공약수는 $x+1$이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$일 때, ab의 값은?

① 0　　② 5　　③ 10　　④ 15　　⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x)=x+1,\ g(x)=(x+1)(x+c)$

$f(x)g(x)=(x+1)(x+1)(x+c)$

$=x^3+(c+2)x^2+(2c+1)x+c$

$=x^3-x^2+ax+b$

계수를 비교하면 $c+2=-1,\ 2c+1=a,\ b=c$

$\therefore\ c=-3,\ a=-5,\ b=-3$

$\therefore\ ab=15$

해설

$f(x)g(x)=x^3-x^2+ax+b$는 $x+1$로 두 번 나누어 떨어진다.
조립제법으로 나누어 보면

$-a+b-2=0, a+5=0$

$\therefore\ a=-5,\ b=-3$이므로 $ab=15$

16. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$ ② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$ ④ x^3-9x+8

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a, b를 구한다.

$1+3+a=0$ $1-3+b=0$에서 $a=-4$ $b=2$

$\therefore$ $x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

17. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-2$ 이고, 최소공배수가 $x^3-6x^2+3x+10$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면? (단, 이차항의 계수는 모두 1이다.)

① $2x^2-6x+8$ ② $2x^2-6x+7$ ③ $2x^2-8x+8$

④ $2x^2-9x+10$ ⑤ $2x^2+6x+9$

해설

구하는 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$ 이므로
두 다항식은 $(x-2)a, (x-2)b$ (a, b는 서로소)
최소공배수 $(x-2)ab = x^3-6x^2+3x+10$
$= (x-2)(x+1)(x-5)$
그러므로 $a = x-5, b = x+1$
또는 $a = x+1, b = x-5$
따라서 두 다항식은
$(x-2)(x-5) = x^2-7x+10$,
$(x-2)(x+1) = x^2-x-2$
$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2-8x+8$

18. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x+2$이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6일 때, 두 다항식의 합은?

① $2(x+2)(x-1)$

② $2(x+2)(x-2)$

③ $(x+2)(x-2)$

④ $2(x+1)(x-1)$

⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$L=(x-1)(x-3)(x+2)$

두 다항식은 $(x-1)(x+2)$, $(x-3)(x+2)$

두 다항식의 합은 $2(x+2)(x-2)$

19. $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2005}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 의 값을 구하면?

① 0　　② i　　③ 1　　④ $1+i$　　⑤ $1-i$

해설

$\dfrac{1+i}{1-i}=i,\ \dfrac{1-i}{1+i}=-i$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$
$$=i^{2005}+(-i)^{2005}$$
$$=(i^4)^{501}\cdot i+((-i)^4)^{501}\cdot(-i)$$
$$=i+(-i)=0$$

20. $f(x)=\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^{1000}$ 일 때, $f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)-f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하면?

① i　② 2　③ 1　④ 0　⑤ $2i$

해설

$\dfrac{1-i}{1+i}=-i,\ \dfrac{1+i}{1-i}=i$

$$\begin{aligned}
&f\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)-f\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)\\
&=f(-i)-f(i)\\
&=\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{1000}-\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{1000}\\
&=(-i)^{1000}-(i)^{1000}\\
&=1-1\\
&=0
\end{aligned}$$

21. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 10 ⑤ 20

해설

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$
$= (-1 - i)(-1 + i)$
$= 2$

22. 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\dfrac{w}{w+1} + \dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$ 의 값은? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① $\dfrac{3}{5}$　② $\dfrac{7}{5}$　③ 1　④ $\dfrac{7}{10}$　⑤ $\dfrac{9}{10}$

해설

$\overline{w} = 2 + i$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$$
$$= \frac{2-i}{3-i} + \frac{2+i}{3+i}$$
$$= \frac{(2-i)(3+i) + (2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$$
$$= \frac{14}{10}$$
$$= \frac{7}{5}$$

해설

$\omega + \overline{\omega} = 4, \omega\overline{\omega} = 5$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1} = \frac{2\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega}}{\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega} + 1}$$
$$= \frac{10+4}{5+4+1}$$
$$= \frac{7}{5}$$

23. $x = \dfrac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$　　② $2-i$　　③ $-2+i$

④ $-4+i$　　⑤ $4+i$

해설

$x = \dfrac{3+i}{2}$ 에서 $2x - 3 = i$

$(2x-3)^2 = i^2$ 에서 $2x^2 - 6x + 5 = 0$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$

$= (2x^2 - 6x + 5)(x+2) + 2x - 7$

$= 2x - 7$

$= 2\left(\dfrac{3+i}{2}\right) - 7$

$= -4 + i$

24. $z = \dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$ 의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$z^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i}$$

$$= -\frac{i}{i^2} = i$$

$$\therefore\ z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 = i^2 + i - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1$$

$$= -1 + i - (1+i) + 1 = -1$$

25. 다음 조건을 모두 만족하는 0 이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대하여 식 $\sqrt{a} \times \sqrt{a} + \dfrac{\sqrt{-b}}{\sqrt{b}} - \dfrac{\sqrt{2c}}{\sqrt{-2c}}$ 을 간단히 하면?

㉠ $a > b > c$	㉡ $ac < bc$
㉢ $\lvert bc \rvert = bc$	㉣ $a > 0$

① a　　② $a - 2i$　　③ $a + 2i$

④ $-a$　　⑤ $-a - 2i$

해설

i) $a > b > c$, $\quad ac < bc \quad \Rightarrow \quad c < 0$

ii) $\lvert bc \rvert = bc \;\Rightarrow\; b,\ c$는 같은 부호$\Rightarrow \quad b < 0$

$$\therefore\ \sqrt{a} \times \sqrt{a} + \frac{\sqrt{-b}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{-2c}}$$

$$= \lvert a \rvert + \sqrt{\frac{-b}{b}} - \sqrt{\frac{2c}{-2c}}$$

$$= a + i - i = a$$

26. 두 실수 $x,\ y$가 $x+y=-5,\ xy=2$를 만족할 때, $\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}$의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$ ③ $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$ ④ $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x+y=-5,\ xy=2$에서 $x<0,\ y<0$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}}\\ &= \frac{x+y}{-\sqrt{xy}}\\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

27. $x+\dfrac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\dfrac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1　　② -1　　③ -2　　④ 2　　⑤ 101

해설

$x+\dfrac{1}{x}=1$에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= (x^3)^{33}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}\\
&= -x^2+\frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4+1}{x^2} = -\frac{-x+1}{x^2}\\
&= \frac{x-1}{x^2} = 1
\end{aligned}
$$

28. $a+b=4$, $a^2+b^2=10$일 때, a^5+b^5의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$a+b=4$, $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^5+b^5 &= (a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)\\ &= 28\times 10-9\times 4\\ &= 244\end{aligned}$$

29. x에 대한 삼차식 $f(x)$에 대하여 $f(x)+8$은 $(x+2)^2$으로 나누어 떨어지고, $1-f(x)$는 x^2-1로 나누어 떨어질 때, $f(x)$의 상수항은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$f(x)+8=(x+2)^2(ax+b)\cdots$㉠

$1-f(x)=(x^2-1)Q(x)\cdots$㉡

㉡에서 $f(1)=1,\ f(-1)=1$

그러므로 ㉠에서

$1+8=9(a+b)\cdots$㉢

$1+8=-a+b\cdots$㉣

㉢, ㉣에서 $a=-4,\ b=5$

$\therefore\ f(x)=(x+2)^2(-4x+5)-8$

$\therefore$ 상수항은 $f(0)=2^2\cdot5-8=12$

30. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x)-g(x)$를 $x^2+3x-15$로 나누면 나머지가 -2이다.
이때, $f(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나눈 나머지는?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 24

해설

$f(x)+g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_1(x)+12\cdots$㉠
$f(x)-g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_2(x)-2\cdots$㉡
㉠+㉡을 하면
$2f(x)=\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+10$
$f(x)=\dfrac{1}{2}\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+5$
$\therefore$ 나머지는 5

31. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab} \\
&= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc} \\
&= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc} \\
&= \frac{-3abc}{abc} = -3
\end{aligned}
$$

해설

$$
\begin{aligned}
&a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \\
&= \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right) \\
&= \frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a} \\
&= \frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a} \quad (\because\ a+b+c=0) \\
&= -3
\end{aligned}
$$

32. $a+b+c=0$일 때, $\dfrac{a^2+1}{bc}+\dfrac{b^2+1}{ac}+\dfrac{c^2+1}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(\text{준식})=\frac{a(a^2+1)+b(b^2+1)+c(c^2+1)}{abc}$$

$$=\frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}$$

그런데, $a^3+b^3+c^3=3abc$이므로

$$\therefore \frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}=\frac{3abc}{abc}=3$$

33. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$ 의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $a=b$ 인 이등변삼각형

② $\angle A=90°$ 인 직각삼각형

③ $b=c$ 인 이등변삼각형

④ $\angle C=90°$ 인 직각삼각형

⑤ 정삼각형

해설

$a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$

$a^2(a+b)+b^2(a+b)-c^2(a+b)=0$

$(a+b)(a^2+b^2-c^2)=0$

$a=-b$ 또는 $c^2=a^2+b^2$

a, b, c 모두 양수이므로, $c^2=a^2+b^2$

$\therefore \angle C=90°$ 인 직각삼각형

34. a, b, c가 $\triangle ABC$의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3+a^2b-ab^2-a^2c+b^2c-b^3=0$을 만족하는 삼각형의 모양은?

① 직삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$a^3+a^2b-ab^2-a^2c+b^2c-b^3=0$

$a^2(a+b)-b^2(a+b)-c(a^2-b^2)=0$

$(a+b)(a^2-ac+bc-b^2)=0$

$(a+b)\{((a-b)(a+b)-c(a-b)\}=0$

$(a+b)(a-b)(a+b-c)=0$

$a+b>0, a+b-c>0$이므로 $a=b$

$\therefore a=b$인 이등변삼각형

35. $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$ ② $(b+c)^2$ ③ $(a+b)(b+c)$

④ $(a-b)(a-c)$ ⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$$2a^2+bc=2a^2-b(a+b)\ (\because\ c=-a-b)$$
$$=2a^2-ab-b^2$$
$$=(a-b)(2a+b)$$
$$=(a-b)(a+b+a)$$
$$=(a-b)(a-c)\ (\because a+b=-c)$$

36. 두 실수 a, b에 대하여 $[a,\ b] = a^2 - b^2$라 할 때, $\left[x^2,\ x-1\right] + [2x+1,\ 3] + [0,\ 1]$을 인수분해하면 $(x-a)(x^3+x^2+bx+c)$이다. 이 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$
\begin{aligned}
&\left[x^2,\ x-1\right] + [2x+1,\ 3] + [0,\ 1] \\
&= x^4 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - 9 + 0 - 1 \\
&= x^4 - x^2 + 2x - 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10 \\
&= x^4 + 3x^2 + 6x - 10 \\
&= (x-1)(x^3+x^2+4x+10) \\
&= (x-a)(x^3+x^2+bx+c)
\end{aligned}
$$

따라서, $a=1,\ b=4,\ c=10$이므로

$a+b+c=15$