

1. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

2. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$18 + 18 - a = 0$$

$$\therefore a = 36$$

$$2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$$

$$2(x + 6)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 3$$

3. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

4. 이차방정식 $x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, k 값과 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$9 + 3k + 4k - 2 = 0 ,$$

$$7k = -7 , k = -1 ,$$

$$x^2 - x - 6 = 0 ,$$

$$(x + 2)(x - 3) = 0 ,$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore (-1) + (-2) = -3$$

5. 다음 이차방정식의 두 근을 a, b 라고 할 때, $3a - 2b$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > b$)

$$(2x - 3)^2 = (2x + 1)(x - 9) + 25$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

전개해서 정리하면

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } 1$$

따라서 $a = 1, b = -\frac{7}{2}$ 이므로

$$3a - 2b = 3 \times 1 - 2 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = 3 + 7 = 10 \text{ 이다.}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 48 = 0$ 의 해를 a, b (단, $a > b$) 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 22

② 25

③ 28

④ 31

⑤ 34

해설

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$(x + 6)(x - 8) = 0$$

$$a = 8, b = -6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 64 - 36 = 28$$

7. 이차방정식 $2x(x-2) = 6$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$2x^2 - 4x = 6$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$2(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$2(x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

8. 이차방정식 $(x+3)(x-5) = -(x+3)$ 의 해를 옳게 구한 것은?

① $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = 4$

③ $x = 3$ 또는 $x = -4$

④ $x = 3$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 15 = -x - 3$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

9. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2 - x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $a = -5$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

$5x^2 - x + b = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $b = -18$

$\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

11. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

12. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

13. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2 이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m=1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \quad (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m=-6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \quad (\text{두 근이 모두 양수이므로 적합})$$

따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a+b = 15+2 = 29$$

14. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

이차방정식이므로 $a-1 \neq 0$ 즉 $a \neq 1$

한 근 $x=1$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$(a-1) - (a^2+1) + 2a = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-1)(a-2) = 0, a = 1 \text{ 또는 } a = 2$$

$a \neq 1$ 이므로 $a = 2$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$(x-4)(x-1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + px + 3p - 1 = 0$ 의 해가 $a, -2$ 일 때, $p + a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + px + 3p - 1 = 0 \text{ 에 } x = -2 \text{ 를 대입하면 } p = -3$$

$$x^2 + px + 3p - 1 = 0 \text{ 에 } p = -3 \text{ 을 대입하면}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore p + a = -3 + 5 = 2$$

16. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$$

각 항에 -3 을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

17. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

18. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$, $x^2 - 8x + 12 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x-2)(x-1) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(x-2)(x-6) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통인 해는 2이다.

19. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

20. 두 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 공통인 해가 $x = 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 해가 $x = 3$ 이므로

$x = 3$ 은 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 근이다.

$x = 3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$9 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -12$$

$$27 - 3b + 6 = 0 \quad \therefore b = 11$$

$$\text{따라서 } a + b = -12 + 11 = -1$$

21. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

22. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$$2(x - 4x + 4) = 0$$

$$2(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

23. 이차방정식 $x^2 + 2x = -2(x + 2)$ 을 풀어라. (단, x 는 중근)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$$x^2 + 2x = -2x - 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (중근)}$$

24. $x^2 - 10x + 25 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (중근)}$$