

1. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

2. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이
허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$
$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

3. x 의 범위가 0, 1, 2, 3, 4, 5일 때, 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \geq -\frac{1}{3}$ 의 해는?

① 0, 1, 2, 3, 4, 5

② 1, 2, 3, 4, 5

③ 2, 3, 4, 5

④ 3, 4, 5

⑤ 4, 5

해설

분모의 최소공배수 6을 곱하면

$$3x - 8 \geq -2$$

$$3x \geq 6$$

$$\therefore x \geq 2$$

4. x^2+ax-9 와 x^2+bx+c 의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9 이다. $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$A = x^2 + ax - 9 = Gp$$

$$B = x^2 + bx + c = Gq \text{라 하면}$$

$$A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$$

$$L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

따라서, $G = x - 3$, $p = x + 3$, $q = x - 1$ 이다.

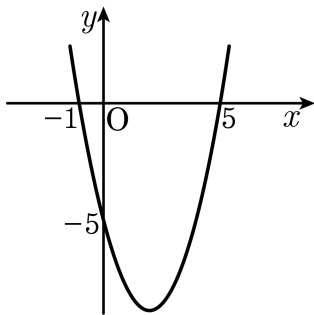
$$\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore a = 0, b = -4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 7$$

5. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 5$ 이므로 $y = a(x+1)(x-5)$ 이다.

y 절편이 -5 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2 - 4x - 5 \\ &= (x-2)^2 - 9 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -9$ 이다.

6. 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$ 을 동시에 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

① 없다.

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

구하는 순서쌍 (x, y) 는 연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2-y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 해이다.}$$

㉠에서 $y = \pm(x-1) \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2 - (x-1)^2 = 0$, $2x-1=0$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, \textcircled{㉢} \text{에서 } y = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$\therefore$ 2개

7. 연립부등식 $\begin{cases} x - 4 > 5 \\ 3x - 2 < a \end{cases}$ 의 해가 $9 < x < 14$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$x - 4 > 5$$

$$x > 9$$

$$3x - 2 < a$$

$$3x < a + 2$$

$$x < \frac{a + 2}{3}$$

$$9 < x < \frac{a + 2}{3} \text{ 가 } 9 < x < 14 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a + 2}{3} = 14$$

$$a + 2 = 42$$

$$\therefore a = 40$$

8. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1) = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$a^4 = (-a + 1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$$= (-a + 1) - 2a + 1 = -3a + 2$$

$$a^6 = a^4 \times a^2 = (-3a + 2)(-a + 1)$$

$$= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a + 1) - 5a + 2$$

$$= -8a + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\ &= \frac{-2a + 1}{-8a + 4} = \frac{-2a + 1}{4(-2a + 1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 가 절대부등식이 되기 위한 실수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$
 ② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$
 ③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$
 ④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$
 ⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

i) 서로 다른 두 실근을 가지려면,

$$D' = k^2 - (2k + 4) > 0 \text{ 이므로}$$

$$k^2 - 2k - 4 > 0$$

$$k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } k > 1 + \sqrt{5} \quad \dots \text{ ①}$$

ii) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 이 절대부등식이 되려면

$$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0 \text{ 이므로 } (k + 2)(k - 6) \leq 0$$

$$-2 \leq k \leq 6 \quad \dots \text{ ②}$$

①, ②의 공통범위는

$$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } 1 + \sqrt{5} < k \leq 6$$

10. 다항식 x^6 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x + \frac{1}{2}$ 로 나눌 때의 나머지는?

① $\frac{1}{64}$

② $-\frac{1}{32}$

③ $\frac{3}{32}$

④ $-\frac{3}{16}$

⑤ $\frac{1}{16}$

해설

나머지정리에 의하여 $R = \left(-\frac{1}{2}\right)^6$

$a = -\frac{1}{2}$ 로 놓으면

$$R = a^6$$

$x^6 = (x - a)Q(x) + a^6$ 에서

$$Q(x) = \frac{x^6 - a^6}{x - a}$$

$$= x^5 + ax^4 + a^2x^3 + a^3x^2 + a^4x + a^5$$

$Q(x)$ 를 $x - a$ 로 나눈 나머지는 $Q(a)$ 의 값과 같으므로 $Q(a) = 6a^5$

$$\text{따라서 } Q\left(-\frac{1}{2}\right) = 6\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{3}{16}$$