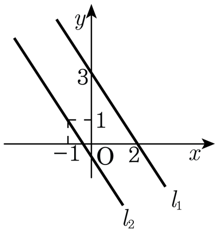
1. 다음 두 직선 l_1, l_2 가 서로 평행할 때, 직선 l_2 의 기울기는?



① -2　② $-\frac{3}{2}$　③ -1　④ $-\frac{2}{3}$　⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

l_1 직선의 x 절편, y 절편이 각각 $(2,\ 0)$, $(0,\ 3)$ 이므로,

(l_1 의 기울기)$= -\frac{3}{2}$ 이다.

두 직선 l_1 , l_2 가 서로 평행하므로

(l_2 의 기울기)$= -\frac{3}{2}$

2. 다음 중 x절편이 -1이고, y절편이 2인 직선의 방정식은?

① $x-2y-2=0$ ② $-x+2y=0$ ③ $x+y+1=0$

④ $x+2y+2=0$ ⑤ $2x-y+2=0$

해설

$$\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}=1 \Rightarrow \quad \therefore\ 2x-y+2=0$$

3. 세 점 $(3,1)$, $(-2+a,4)$, $(7,a)$가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

세 점 $\mathrm{A}(3,1)$, $\mathrm{B}(-2+a,4)$, $\mathrm{C}(7,a)$가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기)$=$ (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4-1}{-2+a-3}=\frac{a-4}{7-(-2+a)}$$

$$\frac{3}{a-5}=\frac{a-4}{9-a}$$

$27-3a=a^2-9a+20$

$a^2-6a-7=(a+1)(a-7)=0$

$\therefore\ a=-1$ 또는 $a=7$

따라서 양수 a의 값은 7

4. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x+3y=4$　　㉡ $2x-y=1$

㉢ $x=-2y+1$　　㉣ $y=-2x+5$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡, ㉣　④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x+3y=4$ 에서 $y=-2x+\dfrac{4}{3}$

㉡. $2x-y=1$ 에서 $y=2x-1$

㉢. $x=-2y+1$ 에서 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$

㉣. $y=-2x+5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

5. 두 점 $A(-5,\ -8)$, $B(3,\ -2)$ 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 $P(x,\ y)$ 라 하면,

$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y+8)^2}$

$= \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89$

$= x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 \Rightarrow 4x + 3y + 19 = 0$

(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 $M(-1,\ -5)$ 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.

$\therefore y + 5 = -\dfrac{4}{3}x - \dfrac{4}{3} - 5$

$\therefore y + 5 = -\dfrac{4}{3}x - \dfrac{19}{3}$

$\therefore a - b = -\dfrac{4}{3} + \dfrac{19}{3} = \dfrac{15}{3} = 5$

6. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

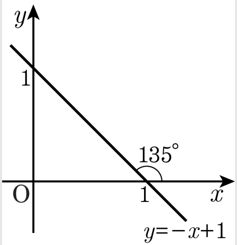
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x축의 양의 방향 $135°$

해설

기울기 -1, y 절편 1,
x 축의 양의 방향과
이루는 각 $135°$



7. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ **답 :** ____사분면

▷ **정답 :** 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots ㉠$$

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

8. 두 직선 $ax+by+c=0$, $cx+ay+b=0$이 일치할 때, 이 직선과 평행하며, 점 $(2,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $x-y=1$ ② $2x+y=5$ ③ $2x-y=3$

④ $x+2y=5$ ⑤ $x+y=3$

해설

$ax+by+c=0 \Rightarrow$

$y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}\cdots$ ㉠

$cx+ay+b=0 \Rightarrow$

$y=-\dfrac{c}{a}x-\dfrac{b}{a}\cdots$ ㉡

㉠,㉡이 일치하므로 $-\dfrac{a}{b}=-\dfrac{c}{a},\ -\dfrac{c}{b}=-\dfrac{b}{a}$

$a^2=bc,\ b^2=ac$

$\therefore c=\dfrac{a^2}{b}$, $c=\dfrac{b^2}{a}$

$\therefore \dfrac{a^2}{b}=\dfrac{b^2}{a}$

$\therefore a^3=b^3 \Rightarrow (a-b)(a^2+ab+b^2)=0$

$\therefore a=b\ (\because a^2+ab+b^2\neq 0\ )$

$\therefore c=\dfrac{a^2}{b}=\dfrac{a^2}{a}=a$

$\therefore a=b=c$

$\therefore$ ㉠ $: x+y+1=0,\ y=-x-1$

$\therefore$ 구하는 직선의 기울기 : -1

$\therefore$ 구하는 직선 : $y-1=(-1)(x-2)$

$\Rightarrow x+y-3=0$

9. 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$의 교점을 지나고, 직선 $x+y+1=0$에 수직인 직선의 방정식은?

① $x+y+3=0$ ② $x-y+3=0$ ③ $x+y-3=0$

④ $x-y-3=0$ ⑤ $2x+y+3=0$

해설

두 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은
$(5x+2y+1)+k(2x-y+4)=0$
$\therefore\ (5+2k)x+(2-k)y+(1+4k)=0\cdots$㉠
이 직선이 $x+y+1=0$ 에 수직이므로

$$(-1)\times\frac{2k+5}{k-2}=-1$$

$\therefore\ k=-7\cdots$㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 구하는
직선의 방정식은 $x-y+3=0$
(보충)
두 직선 $ax+by+c=0,\ \ a'x+b'y+c'=0$ 의
교점을 지나는 직선은
$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$

10. 원점에서 직선 $3x-4y-5=0$에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0\times 3+0\times(-4)-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

11. 원점을 지나고, 점 $(2,\ 1)$에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x축은 제외)

① $y=\frac{2}{3}x$ ② $y=-\frac{2}{3}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$

④ $y=-\frac{4}{3}x$ ⑤ $y=\frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y=kx(k\neq 0)$이라 하면,

$(2,\ 1)$에서의 거리가 1이므로

$$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1,\ |2k-1|=\sqrt{k^2+1},\ k(3k-4)=0$$

$$k=\frac{4}{3}\ (\because k\neq 0)$$

$$\therefore\ y=\frac{4}{3}x$$

12. $A(0,-2), B(3,3), C(4,0)$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$

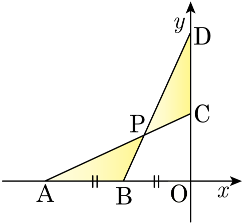
또, 직선 BC 의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

$A(0,-2)$ 로부터 직선 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

13. 다음 그림에서 점 B 가 선분 AO 의 중점이고, 사각형 PBOC 의 넓이는 어두운 두 삼각형 PAB, PCD 의 넓이의 합과 같다. 직선 BD 의 기울기가 3 일 때, 직선 AC 의 기울기는?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

해설

$\triangle ABP = \triangle BOP$ 이므로 $\triangle COP = \triangle CDP$

따라서, $\overline{CO} = \overline{CD}$, $\overline{BO} = k$ 라 하면

직선 BD 의기울기가 3 이므로

$\overline{OD} = 3k$ 이고 $\overline{CO} = \frac{3}{2}k$

직선 AC 의 기울기는 $\frac{\frac{3}{2}k}{2k} = \frac{3}{4}$

14. 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식 $y = ax + b$에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

해설

$25a + b = 10$, $160a + b = 100$이므로 두 식을 연립한다.

$$\Rightarrow \quad a = \frac{2}{3} \quad b = -\frac{20}{3}$$

$\therefore$ 100 점을 환산하면, $\frac{2}{3} \times 100 - \frac{20}{3} = 60$

15. 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 12일 때, ab 의 값은? (단, $a>0,\ b>0$)

① 3　　② 4　　③ 6　　④ 12　　⑤ 24

해설

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 에서 $\frac{x}{2a}+\frac{y}{2b}=1$ 이므로 x 절편은 $2a$, y 절편은 $2b$ 이다.

이 때, $a,\ b$ 가 양수이므로

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=2ab=12$

$\therefore\ ab=6$

16. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

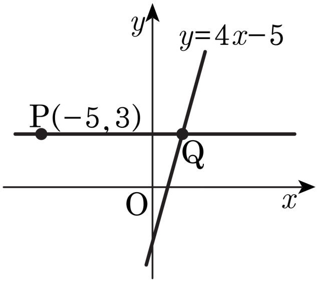
▷ 정답 : $a=2$

해설

$y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1,\ 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{a}=\frac{1}{4}\quad\Rightarrow\quad a=2$

17. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$의 길이는?



① 6　② $\frac{13}{2}$　③ 7　④ $\frac{15}{2}$　⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q 의 y좌표가 3이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3) 이다.
$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$

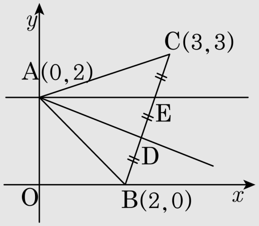
18. 점 $A(0,2)$, $B(2,0)$, $C(3,3)$ 으로 이루어진 삼각형ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 직선 $(k+1)x+(k-1)y=2(k-1)$ 에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k 값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$k(x+y-2)+x-y+2=0$ 은 k 에 관계없이
$A(0,2)$ 를 지나는 직선이므로
$\triangle ABC$ 를 그림과 같이
2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 $1:2$ 또는 $2:1$ 로 내분하는
점D, E 를 지나게 된다.

$D\left(\frac{7}{3},1\right)$, $E\left(\frac{8}{3},2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3}+1-2\right)+\frac{7}{3}-1+2=0$$

$k=-\frac{5}{2}$ 이므로 부적합 ($\because$ k 는 정수)

(ii) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3}+2-2\right)+\frac{8}{3}-2+2=0$$

$\therefore\ k=-1$

19. x, y에 관한 이차방정식 $2x^2-3xy+ay^2-2x+9y+b=0$이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab를 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을

$px+qy+r=0 \cdots$ ㉠ ,

$p'x+q'y+r'=0 \cdots$ ㉡이라 하자.

㉠과 ㉡은 서로 직교하므로

$pp'+qq'=0$이다.

(준식)$=(px+qy+r)(p'x+q'y+r')=0$의

전개식에서 x^2의 계수와 y^2의 계수의 합은

$pp'+qq'$이므로 $a+2=pp'+qq'=0$

$\therefore\ a=-2$

$a=-2$를 준식에 대입하여 정리하면

(준식)

$=2x^2-(3y+2)x+(-2y^2+9y+b)=0 \cdots$ ㉢

㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로

㉢의 판별식 $D_1=(3y+2)^2-8(-2y^2+9y+b)$

$=25y^2-60y+(4-8b) \cdots$ ㉣이 완전제곱식이다.

따라서 ㉣의 판별식 $\frac{D_2}{4}$는 0이다.

$\frac{D_2}{4}=30^2-25(4-8b)=0$

$\therefore\ b=-4$

$\therefore\ ab=(-2)\cdot(-4)=8$

20. 세 직선 $x+y+2=0,\ x-y-4=0,\ 3x-ky-9=0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \le k \le 3,\ k < -6$
② $k=2,\ k=\pm 3$
③ $-3 < k < 3,\ k > 6$
④ $k \ne 2,\ k \ne \pm 3$
⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x+y+2=0 & \cdots ㉠ \\ x-y-4=0 & \cdots ㉡ \\ 3x-ky-9=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

㉠, ㉡ 의 교점은 $(1,\ 3)$ 이 ㉢위에 있지 않다.

$\therefore\ 3+3k-9 \ne 0 \qquad \therefore\ k \ne 2$

㉠, ㉢ 은 평행하지 않으므로

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne -3$

㉡, ㉢ 은 평행하지 않으므로,

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{-1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne 3$

$\therefore\ k \ne 2,\ k \ne \pm 3$

21. 두 점 A$(-2,\ -1)$, B$(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB 의 중점의 좌표는 $(1,\ 1)$

선분 AB 의 기울기는 $\dfrac{3-(-1)}{4-(-2)} = \dfrac{2}{3}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $(1,\ 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\dfrac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\dfrac{3}{2}(x-1)$

즉, $y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{5}{2} = 1$

22. 두 점 A$(2,\ 1)$, B$(-1,\ 3)$을 연결한 선분 AB 와 직선 $l : y = k(x+2)+2$ 가 공유점을 가질 k 의 범위는 $\alpha \le k \le \beta$ 이다. 이 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① $\frac{3}{4}$　② 1　③ $\frac{5}{4}$　④ $\frac{3}{2}$　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = k(x+2)+2$, $k(x+2)+2-y=0$ 은

k 에 관계없이 $x+2=0$, $2-y=0$ 의 교점

즉, $(-2, 2)$ 를 지난다.

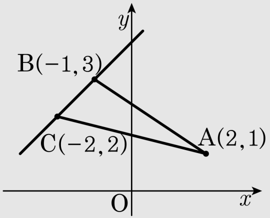
이 점을 C 라 하면 선분 AB 와 직선 l

이

만나려면 그림에서 l 의 기울기 k가

l_2 의 기울기보다 작거나 같아야하고,

l_3 의 기울기보다 크거나 같아야한다.



$$\beta = (l_2 \text{ 의 기울기}) = \frac{2-3}{-2-(-1)} = 1$$

$$\alpha = (l_3 \text{ 의 기울기}) = \frac{2-1}{-2-2} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore\ \alpha+\beta = 1 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

23. 직선 $kx-(k+1)y-k+2=0$은 k값에 관계없이 항상 일정한 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때, $a+b$값을 구하면?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 3　　⑤ 5

해설

$kx-(k+1)y-k+2=0$을 k에 대해 정리하면

$(x-y-1)k-y+2=0$

k에 관계없이 성립하려면

$x-y-1=0,\ \ -y+2=0$

$\therefore\ y=2,\ x=3\ \Rightarrow\ (a,\ b)=(3,\ 2)$

24. 두 직선 $3x+4y=24, 3x+4y=7$ 사이의 거리를 $\frac{b}{a}(a, b$ 는 서로소)라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

해설

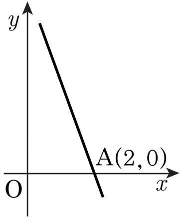
두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 다른 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x+4y=24$ 의 점 $(0,\ 6)$

$$\frac{|4\times 6-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{17}{5}$$

$\therefore\quad b-a=12$

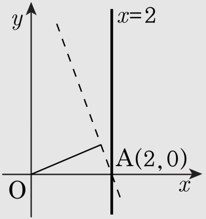
25. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?



① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 O 와l 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다