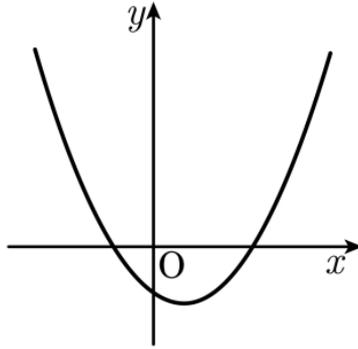
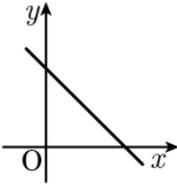


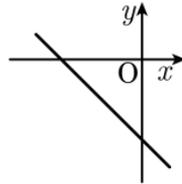
1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



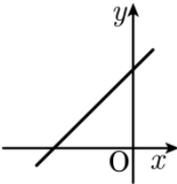
①



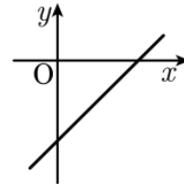
②



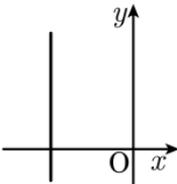
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$,

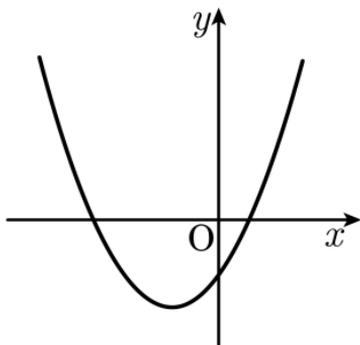
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

따라서 $b < 0$, y 절편이 음수이므로 $c < 0$,

$ax + by + c = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울기는 양수이고, y

절편은 음수이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1 사분면

② 제2 사분면

③ 제3 사분면

④ 제4 사분면

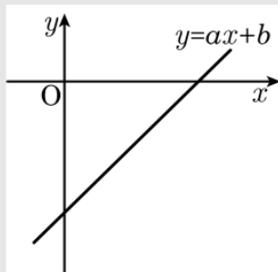
⑤ 없다.

해설

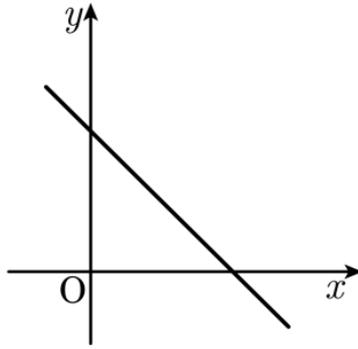
아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

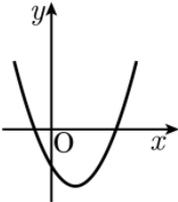
$y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



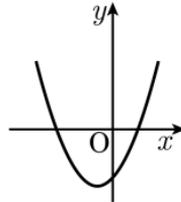
3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



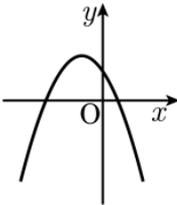
①



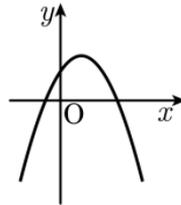
②



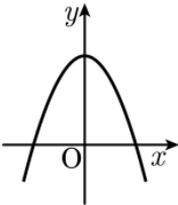
③



④



⑤



해설

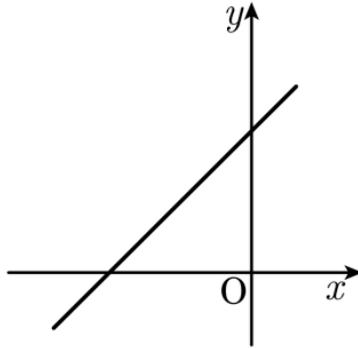
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

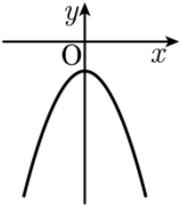
기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼편에 있다.

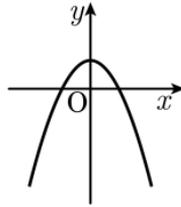
4. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



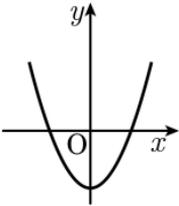
①



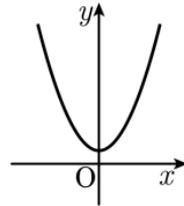
②



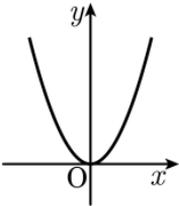
③



④



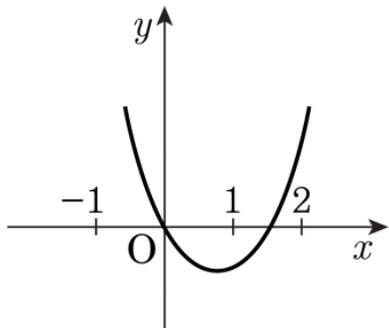
⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x 축의 위쪽에 있다.

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?



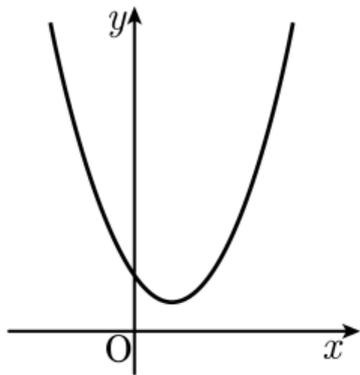
- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c = 0$
③ $a > 0, b < 0, c > 0$ ④ $a > 0, b < 0, c = 0$
⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0,0)$ 을 지나므로 $c = 0$
아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 양수이므로 $b < 0$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?

- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
- ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
- ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$



해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = -2(x+1)^2$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $y = -1$ 이다.
- ㉢ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.
- ㉣ 점 $(0, -2)$ 를 지나며 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $x > -1$ 일 때, x 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

㉤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 8

② 12

③ 18

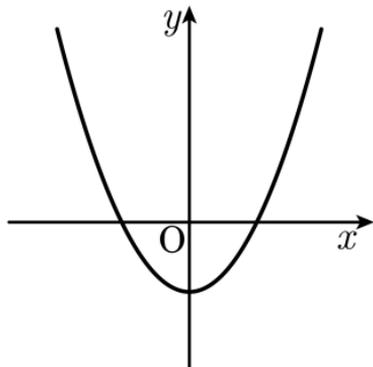
④ 20

⑤ 32

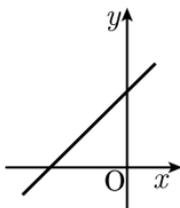
해설

$y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가
점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3 - 1)^2$, $m = 8$ 이다.

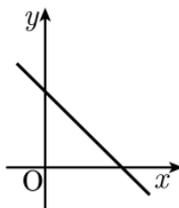
9. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + q$ 의 그래프는?



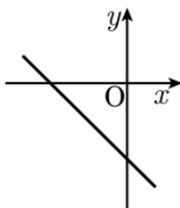
①



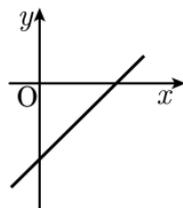
②



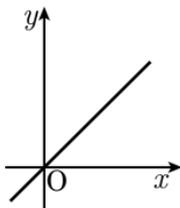
③



④



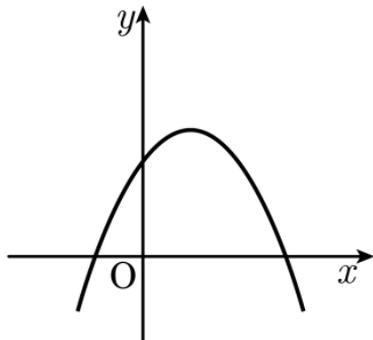
⑤



해설

$$a > 0, q < 0$$

10. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



- ① $b^2 - 4ac < 0$
 ② $abc < 0$
 ③ $-\frac{c}{a} > 0$
 ④ $x_1 < x_2 < 0$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$
 ⑤ $a - b + c > 0$

해설

- ① x 축과의 교점이 두 개이므로 $D = b^2 - 4ac > 0$
 ② $a < 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $abc < 0$
 ③ $a < 0, c > 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} > 0$
 ④ $x < 0$ 인 구간에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가하는 그래프
 이므로
 $x_1 < x_2 < 0$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 ⑤ $f(-1) = a - b + c$ 의 값은 양수도 될 수 있고 음수도 될 수
 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 좌표평면 위의 모든 사분면을 지나도록 하는 a, c 의 조건을 모두 고르면?(정답 2개)

① $a > 0, c > 0$

② $a > 0, c < 0$

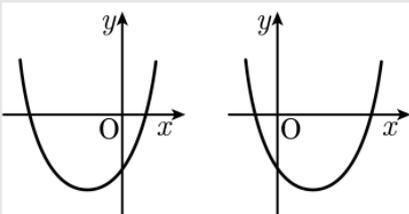
③ $a = 0, c = 0$

④ $a < 0, c < 0$

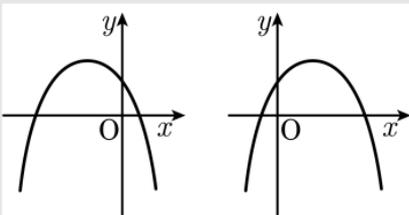
⑤ $a < 0, c > 0$

해설

(1) $a > 0$ 인 경우 $c < 0$ 이다.



(2) $a < 0$ 인 경우 $c > 0$ 이다.



12. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16

② -32

③ -8

④ -4

⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은

$y = -2(x + 3)^2$ 이고 이 식을 전개하면

$$y = -2x^2 - 12x - 18$$

$$a = -2, b = -12, c = -18$$

$$\therefore a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$$

13. 이차함수 $y = ax^2 - 4x + 6$ 과 x 축과의 교점이 $(2, 0)$ 일 때 다른 한 교점의 좌표는?

① $(-4, 0)$

② $(6, 0)$

③ $(4, 0)$

④ $(-2, 0)$

⑤ $(1, 0)$

해설

$y = ax^2 - 4x + 6$ 에 $(2, 0)$ 을 대입하면

$$0 = 4a - 8 + 6 \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입하고,

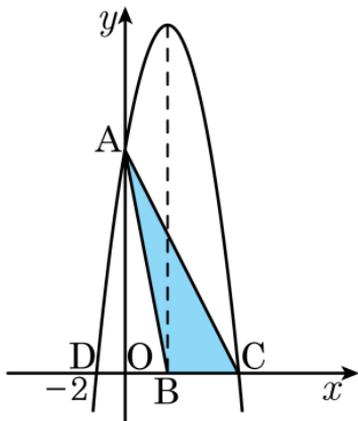
양변에 2 를 곱하여 정리해주면,

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x - 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 2, 6$$

따라서 다른 한 교점은 $(6, 0)$ 이다.

14. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + a$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 40 일 때, a 값을 구하면?



① 6

② 8

③ 12

④ 16

⑤ 18

해설

$$y = -x^2 + 6x + a$$

$$= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + a$$

$$= -(x - 3)^2 + 9 + a \text{ 이므로 } B(3, 0) \text{ 이다.}$$

점 D 의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로 점 C 의 좌표는 $(8, 0)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 5$, 높이 $\overline{AO} = a$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times a = 40$$

$$\therefore a = 16$$

15. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

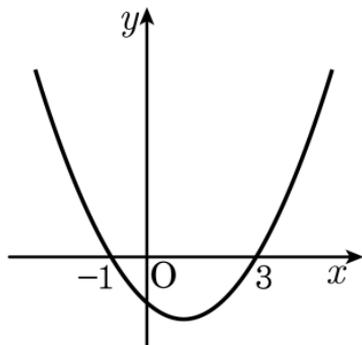
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

16. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

$\therefore b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc > 0$

㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$

㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$

㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

17. $2 < \sqrt{|x-4|} < 3$ 을 만족하는 정수 x 의 값은 몇 개인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$2 < \sqrt{|x-4|} < 3$$

$x-4 \geq 0$ 일 때

$$4 < x-4 < 9, 8 < x < 13$$

$$x = 9, 10, 11, 12$$

$x-4 < 0$ 일 때,

$$-9 < x-4 < -4, -5 < x < 0$$

$$x = -4, -3, -2, -1$$

18. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$

$$= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \\ &= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 14 - 24 + 1 = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2 \end{aligned}$$

20. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

21. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75) - f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} - 3$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$\sqrt{75} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75} - 8 = 5\sqrt{3} - 8$ 이다.

$\sqrt{48} = 6. \dots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$ 이다.

$$\therefore f(75) - f(48)$$

$$= (5\sqrt{3} - 8) - (4\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} - 2 \text{ 이다.}$$

22. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

23. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

두 근의 합은 $13 = 4 - m, m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m, m = 17$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

24. 자연수 1에서 $n - 1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n - 1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(6 + 7 + 8 + \cdots + n - 1) \\ = (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ 이다.

25. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어든 때의 요금 인상률은?

① 40%

② 45%

③ 50%

④ 55%

⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

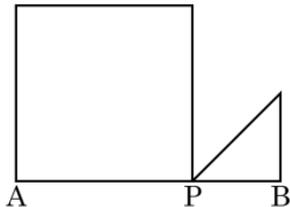
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$x^2 - 25x + 1250 = 0$$

$$(x - 50)(x + 25) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 50$$

26. 길이가 6cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면

$$(\text{정사각형의 넓이}) = x^2$$

$$(\text{직각이등변삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2}(6-x)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$$

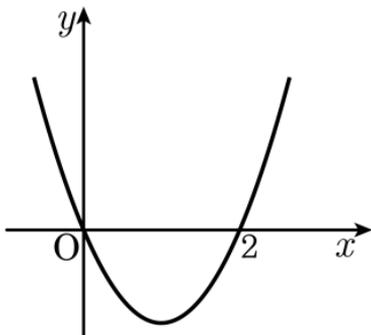
$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

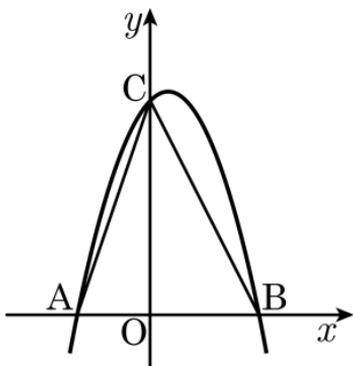
그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

28. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

$$-x^2 + x + 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이는 } 5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$$

29. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

30. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

▷ 정답 : $n = 41$

▷ 정답 : $n = 91$

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \leq n \leq 99$

$$\therefore 9 \leq n - 1 \leq 98$$

$\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는

$$n - 1 = 10 \times 1^2, 10 \times 2^2, 10 \times 3^2, \dots$$

이때, $9 \leq n - 1 \leq 98$ 을 만족해야 하므로

$$n - 1 = 10 \times 1^2 \text{ 에서 } n = 11$$

$$n - 1 = 10 \times 2^2 \text{ 에서 } n = 41$$

$$n - 1 = 10 \times 3^2 \text{ 에서 } n = 91$$

$$\therefore n = 11, 41, 91$$

31. $\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 의 값의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수

$x = 3, 4, \dots, 21, 22$

이중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 정수

$x = 3, 12$ 로 두 개뿐이다.

32. $x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 나머지가 $x+1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -7$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 몫을 $x+p$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 13$$

$$= (x-6)(x+1)(x+p) + x+1$$

$$= x^3 + (p-5)x^2 + (-5p-5)x - 6p + 1$$

계수를 비교해보면

$$a = p - 5$$

$$b = -5p - 5$$

$$13 = -6p + 1 \text{ 에서 } p = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -7, b = 5$$

33. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $\frac{2p^3}{3p^2 - p - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 p 이므로

$$p^2 - 2p - 1 = 0$$

$$\therefore p^2 = 2p + 1$$

$$p^3 = 2p^2 + p = 2(2p + 1) + p = 5p + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2p^3}{3p^2 - p - 1} &= \frac{2(5p + 2)}{3(2p + 1) - p - 1} \\ &= \frac{10p + 4}{5p + 2} \\ &= 2\end{aligned}$$

34. 다음을 만족하는 실수 x 를 구하여라.

$$x = 3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \dots}}}}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

$$x = 3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{3 - \frac{2}{2 - \dots}}}}} \text{에서}$$

$$\begin{aligned} x &= 3 - \frac{2}{2 - \frac{1}{x}} = 3 - \frac{2}{\frac{2x-1}{x}} \\ &= 3 - \frac{2x}{2x-1} = \frac{4x-3}{2x-1} \end{aligned}$$

$$x(2x-1) = 4x-3$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\therefore x = 1, \frac{3}{2}$$

35. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$, $-\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 원점을 포함한 4개의 점을 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

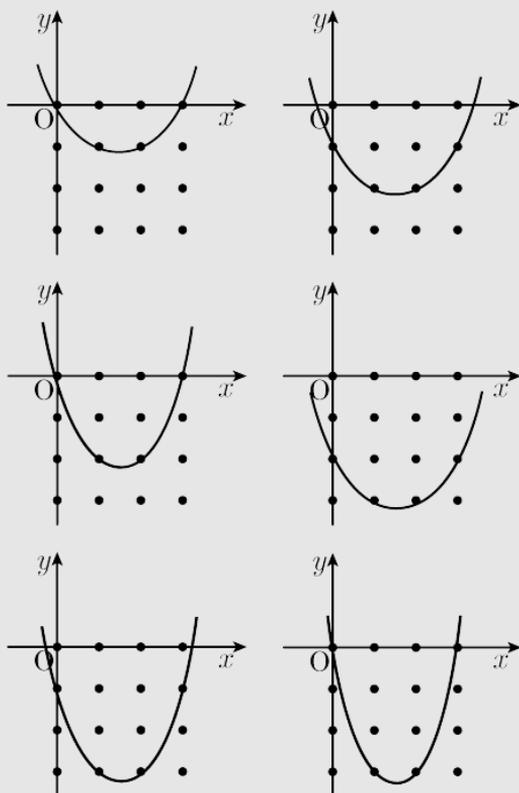
▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, 3이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0$ 이다.

포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 6개를 그릴 수 있다.



포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 6개의 포물선을 그릴 수 있다.

따라서 구하는 포물선의 개수는 12개이다.