

1. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 3 차방정식

2. 다음 방정식 중 $x = -2$ 를 근으로 갖는 것은?

① $(x + 2)^2 = 0$

② $x^2 - 2x = 0$

③ $(x - 2)(x - 5) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $(x - 1)^2 = 4$

해설

$(-2 + 2)^2 = 0$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 5, x = -3$

② $x = -5, x = 3$

③ $x = 15, x = 1$

④ $x = -3, x = -5$

⑤ $x = -5, x = -3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= 0 \\(x + 3)(x - 5) &= 0, \\ \therefore x &= 5, x = -3\end{aligned}$$

4. $x^2 - 5x - 14 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -70

해설

$$x^2 - 5x - 14 = 0, (x - 7)(x + 2) = 0,$$

$x = 7$ 또는 $x = -2$ 에서 큰 근

$x = 7$ 이 $x^2 + 3x + k = 0$ 의 근이므로 $49 + 21 + k = 0,$

$$\therefore k = -70$$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = -4$ 를 가질 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 8$

▷ 정답 : $b = 16$

해설

$x = -4$ 를 중근으로 가지므로
 $(x + 4)^2 = 0$, $x^2 + 8x + 16 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 16$

6. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7) = x^2 - 7x$

② $3x(x+2) = 2x^2 + x + 1$

③ $(x+4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

④ $(x+1)^2 - 3(x+1) = 28$

⑤ $(x-1)(x+3) = 3$

해설

① $x(x-7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $x(x-7) - x^2 - 7x = 0$

7. 다음 보기의 이차방정식 중에서 $x = 2$ 를 해로 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x^2 + 2x = 0$

㉡ $(x + 2)(x - 2) = 0$

㉢ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉣ $x^2 + 6x - 3 = 0$

㉤ $(x - 1)^2 = 1$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$x = 2$ 를 각 방정식에 대입해서 성립하는 것을 찾으면 ㉡, ㉢, ㉤이다.

8. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$$2x + 6 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

9. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$ ② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$ ④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

10. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가

$x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 이므로

$$(x + 3)(3x - 5) = 0$$

$$3x^2 + 4x - 15 = 0$$

$$\therefore a = 4, b = -15$$

$$a - b = 4 - (-15) = 19$$

11. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

12. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 2 또는 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -20

② -15

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$3(x-2)(x-3) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$a = -15, b = 18$$

$$a + b = 3$$

13. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 고르면?

보기

$$(x+3)(x-2)=0, x^2+4x+3=0$$

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$(x+3)(x-2)=0$
 $x=-3$ 또는 $x=2$
 $x^2+4x+3=0$
 $(x+3)(x+1)=0$
 $x=-3$ 또는 $x=-1$
따라서 공통근은 -3 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은?
(단, $m > 0$)

㉠ 1 ㉡ 2 ㉢ 3 ㉣ $\frac{1}{2}$ ㉤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 = 4$$

$$(m+1)^2 = 4$$

$$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\therefore m > 0 \text{ 이므로 } m = 1$$

15. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$

② $x^2 + 4x = 0$

③ $3x^2 + 10x + 3 = 0$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = -3$ 일 때 성립하므로 모두 음수이다.

16. 정수 x 의 값의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = -1$

② $x = 1$

③ $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = 1$

해설

x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로 방정식에 대입하면 성립하는 것은 $x = -1$ 이다.

17. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - ax + 3 = 0, x^2 + 2x - b = 0 \text{ 에}$$

$$x = 1 \text{ 을 대입하면 } a = 4, b = 3$$

$$\therefore a - b = 4 - 3 = 1$$

18. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,

$$3p^2 - 14p + 8 = 0, \quad -8 = 3p^2 - 14p$$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

19. 다음 이차방정식의 두 근을 a, b 라고 할 때, $3a - 2b$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > b$)

$(2x - 3)^2 = (2x + 1)(x - 9) + 25$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

전개해서 정리하면
 $2x^2 + 5x - 7 = 0$
 $(2x + 7)(x - 1) = 0$
 $x = -\frac{7}{2}$ 또는 1
따라서 $a = 1, b = -\frac{7}{2}$ 이므로
 $3a - 2b = 3 \times 1 - 2 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = 3 + 7 = 10$ 이다.

20. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값이 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 8x + k = 0 : k = 16$ ② $x^2 + 12x + k = 0 : k = 36$

③ $x^2 + kx + 1 = 0 : k = \pm 2$ ④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = -3$

⑤ $4x^2 + 8x + k = 0 : k = 4$

해설

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = \pm 6$

21. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

22. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

23. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면
 $4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$
 $2m^2 + 10m - 12 = 0$
 $m^2 + 5m - 6 = 0$
 $(m+6)(m-1) = 0$
 $m = -6$ 또는 $m = 1$
i) $m = 1$ 일 때,
 $2x^2 - 8 = 0$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ 또는 $x = -2$ ($-2 < 0$ 이므로 부적합)
ii) $m = -6$ 일 때,
 $-5x^2 + 14x - 8 = 0$
 $5x^2 - 14x + 8 = 0$
 $(x-2)(5x-4) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = \frac{4}{5}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)
따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$
 $\therefore a = 24, b = 5$
 $\therefore a + b = 15 + 2 = 29$

24. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2+8x+12=0 \rightarrow (x+6)(x+2)=0$$

$$\therefore x=-6, -2$$

$$2x^2+9x-18=0 \rightarrow (x+6)(2x-3)=0$$

$$\therefore x=-6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x=-6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2+4mx-12m=0$ 도

근으로 -6 을 가지므로 $x=-6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

25. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$