

1. 두 점 $A(a, 1)$, $B(2, b)$ 에 대하여 선분 AB의 중점 M의 좌표가 $(5, -3)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 $A(a, 1)$, $B(2, b)$ 에 대하여
선분 AB의 중점 M의 좌표가 $(5, -3)$ 이므로

$$\frac{a+2}{2} = 5, \frac{1+b}{2} = -3$$

$$\therefore a = 8, b = -7$$

$$\therefore a + b = 1$$

2. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A},$$

$$3x + by + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A} \perp \textcircled{B} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{에서 } ab = -3$$

$$\textcircled{A} // \textcircled{C} : \frac{1}{1} = \frac{-(b+3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{에서 } a + b = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

3. 다음 중 점 P(-2, 5)를 $y = x$ 에 대해 대칭이동한 점의 좌표로 알맞은 것은?

① (2, -5)

② (2, 5)

③ (-2, -5)

④ (-5, 2)

⑤ (5, -2)

해설

$y = x$ 대칭은 x 좌표를 y 좌표로,
 y 좌표를 x 좌표로 바꾸면 된다.

4. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?

- ① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2, b = 3$
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

5. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

6. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

7. 원 $x^2 + y^2 - 2kx + ky + 3k = 0$ 의 중심이 $(4, -2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 중심이 $(4, -2)$ 이므로

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20 - r^2 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

이때, 원 $\textcircled{1}$ 과 원 $x^2 + y^2 - 2kx + ky + 3k = 0$ 이 같으므로

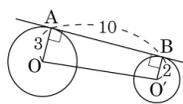
$$-2k = -8, \quad k = 4$$

$$3k = 20 - r^2$$

$$\therefore k = 4, \quad r = 2\sqrt{2} (\because r > 0)$$

따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

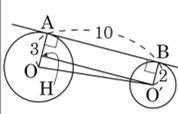
8. 다음 그림의 두 원 O, O' 에서 공통접선 AB 의 길이가 10 이고, 두 원의 반지름의 길이가 각각 3, 2 일 때, 두 원의 중심거리는?



- ① $\sqrt{101}$ ② $\sqrt{103}$ ③ $\sqrt{105}$ ④ $\sqrt{106}$ ⑤ $\sqrt{107}$

해설

중심 O' 에서 선분 AO 에 내린 수선의 발을 H 라 하면, 직각삼각형 $OO'H$ 에서 $OO' = \sqrt{10^2 + (3-2)^2} = \sqrt{101}$



9. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면?

① $2x + 3y + 13 = 0$

② $2x + 3y - 13 = 0$

③ $3x + 2y + 13 = 0$

④ $3x + 2y - 13 = 0$

⑤ $3x - 2y - 13 = 0$

해설

$(2, 3)$ 이 원 위의 점이므로

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 13$$

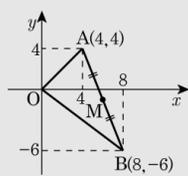
$$\therefore 2x + 3y - 13 = 0$$

10. $O(0,0)$, $A(4,4)$, $B(8,-6)$ 에서 원점을 지나고 $\triangle OAB$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

- ① $y = -\frac{1}{6}x$ ② $y = -\frac{1}{5}x$ ③ $y = -\frac{1}{4}x$
④ $y = -\frac{1}{3}x$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x$

해설

구하고자 하는 직선은 원점과 \overline{AB} 의 중점 $M(6, -1)$ 을 지나므로



$$y - 0 = \frac{-1 - 0}{6 - 0}(x - 0)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{6}x$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 원점에서 직선 $\alpha x + \beta y + 10 = 0$ 까지의 거리를 구하시오.

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = -6$$

$$l = \frac{|0 + 0 + 10|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

12. 원점을 지나고, 점(2, 1) 에서의 거리가 2 인 직선의 기울기 m 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{5}{4}$

해설

점 $P(x_1, y_1)$ 과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

원점을 지나고, 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$mx - y = 0$$

또한, 점(2, 1) 에서 이 직선까지의 거리가 2이므로,

$$\frac{|2m - 1|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2, \quad |2m - 1| = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하면 $4m^2 - 4m + 1 = 4m^2 + 4$,

$$-4m = 3 \therefore m = -\frac{3}{4}$$