1. 두 다항식 $A,\ B$ 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$㉠

$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$㉡

(㉠ + ㉡) $\div 3$: $A=x^3-x^2+x+2$

(2㉠ − ㉡) $\div 3$: $B=-2x^3-x^2+3x+3$

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a+2b) + (2a+3b) \\ &= (2a+4b) + (2a+3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b+2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a+4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a+2a) + (4b+3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2+2)a + (4+3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a+4b) + 3b = (2a+2a) + (4b+3b)$: 결합법칙

3. 다음 $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3+4x^2+3x-2)\div(\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{})=x+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}=A$ 라 하면

$(x^3+4x^2+3x-2)\div A=x+2$

$\therefore\ A=(x^3+4x^2+3x-2)\div(x+2)$

$\therefore\ A=x^2+2x-1$ 이므로

$\boxed{}$ 안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

4. 다항식 $2x^2+5ax-a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x+3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x+a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2+2ax-2a^2$ ② x^2-a^2

③ $2x^2+3ax+a^2$ ④ $2x^2-3ax-a^2$

⑤ $2x^2+ax-a^2$

해설

$2x^2+5ax-a^2=P(x)(x+3a)+2a^2$ 이므로

$P(x)(x+3a)=2x^2+5ax-3a^2$

따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2+5ax-3a^2$ 을 $x+3a$ 로 나눈 몫이므로

$P(x)=2x-a$

$$\therefore\ (x+a)P(x)=(x+a)(2x-a)=2x^2+ax-a^2$$

5. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4-a^2+1$

해설

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = (a^2+1)^2-a^2$
$= a^4+a^2+1$

6. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$

$2a - 4b = -8$

$\therefore\ a - 2b = -4$

7. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

8. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$

$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$

$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$

9. 상수 a, b에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a+b$의 값은?

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+3}=\frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$을 곱하면,
$a(x+3)+b(x-1)=6(x+1)$
$(a+b)x+(3a-b)=6x+6$
$\therefore\ a+b=6,\ 3a-b=6$
두 식을 연립하여 풀면,
$a=3,\ b=6-a=3$
$\therefore\ 2a+b=2\times 3+3=9$

10. k의 값에 관계없이 $(3k^2+2k)x-(k+1)y-(k^2-1)z$의 값이 항상 1일 때, $x+y+z$의 값은?

① -3　② 0　③ 3　④ 6　⑤ 8

해설

주어진 식을 k에 대하여 정리하면
$k^2(3x-z)+k(2x-y)-(y-z)=1$
위 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로 k에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x-z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ z-y=1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$x=1,\ y=2,\ z=3$
$\therefore\ x+y+z=6$

11. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눈 나머지가 $3x + 4$ 이다. 상수 $a,\ b$ 의 값을 구하면?

① $a = -10,\ b = 3$　② $a = 10,\ b = 3$

③ $a = -10,\ b = -3$　④ $a = 7,\ b = 3$

⑤ $a = -5,\ b = 4$

해설

몫을 $x + c$ 라고 둔다면

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + c) + 3x + 4$

이차항의 계수 : $c + 4 = 0$ 에서 $c = -4$

상수항 : $bc + 4 = -8$ 에서 $b = 3$

일차항의 계수 : $4c + b + 3 = a$ 에서 $a = -10$

12. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023　② 1024　③ 1025　④ 2046　⑤ 2050

해설

$x = 0$ 대입, $a_0 = 1$

$x = 1$ 대입, $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$

$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$

13. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x - 1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x + 1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0$, $m + n = -3$

$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2$, $m - n = 1$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1$, $n = -2$

$\therefore\ mn = 2$

14. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지가 -3이고, $x-3$으로 나눈 나머지가 5이다. $f(x)$를 $(x+1)(x-3)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x-1$

해설

$f(-1)=-3,\ f(3)=5$

$f(x)=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$-a+b=-3,\ 3a+b=5$

$a=2,\ b=-1$

$\therefore\ ax+b=2x-1$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x+2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$ 라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

16. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x+2$로 나누면 3이 남고, x^2-1로 나누면 떨어진다. 이 때, abc의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x^3+ax^2+bx+c=(x+2)Q_1(x)+3$

$=(x+1)(x-1)Q_2(x)$

$f(-2)=3 \quad f(1)=0 \quad f(-1)=0$

$x=-2$ 대입, $-8+4a-2b+c=3$

$x=-1$ 대입, $-1+a-b+c=0$

$x=1$ 대입, $1+a+b+c=0$

세 식을 연립해서 구하면

$a=3, b=-1, c=-3$

$\therefore \ abc=9$

17. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a-5b$

③ $2a(2a-5b)$

④ $4a^2+10ab+25b^2$

⑤ $2a(2a+5b)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 2a(8a^3-125b^3) \\
&= 2a\{(2a)^3-(5b)^3\} \\
&= 2a(2a-5b)(4a^2+10ab+25b^2)
\end{aligned}
$$

18. x^4-8x^2-9를 x에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

① 정수 ② 유리수 ③ 무리수
④ 실수 ⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned} x^4-8x^2-9 &= (x^2-9)(x^2+1) \\ &= (x+3)(x-3)(x^2+1) \\ &= (x+3)(x-3)(x+i)(x-i) \end{aligned}$$

∴복소수

19. $(2^{48}-1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63　　② 61, 65　　③ 63, 65

④ 63, 67　　⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned}2^{48}-1 &= (2^6-1)(2^6+1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)\\ &= 63\cdot 65\cdot(2^{12}+1)(2^{24}+1)\end{aligned}$$

따라서 $2^{48}-1$ 은 63 과 65 로 나누어 떨어진다.

20. x에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 3x + k$, $B = x^2 + x - k$의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 k의 값은? (단, $k \neq 0$)

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$
A, B의 최대공약수는 $A - B$의 인수이므로
A, B의 최대공약수를 G라 하면
G는 일차식이므로 $G = x + k$
$x + k$는 A의 인수이어야 하므로
$(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$
$\therefore\ k = 0$ 또는 $k = 2$
그런데 주어진 조건에서 $k \neq 2$이므로 $k = 2$

21. 최대공약수가 $x+1$이고, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2+3x+1$　② x^2+3x+1　③ $2x^2+3x+2$
④ x^3+3x-2　⑤ x^2-x+1

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x+1)(x-1)(x+2)$
$\therefore$두 다항식은$(x+1)(x-1)$, $(x+1)(x+2)$이다.
$\therefore$두 다항식의 합은 $2x^2+3x+1$

22. 복소수 $(1+i)x^2-(2+i)x-3-2i$를 제곱하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(준식)$=x^2-2x-3+(x^2-x-2)i$
이것을 제곱해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로
$x^2-2x-3=0\cdots$㉠, $x^2-x-2\neq 0\cdots$㉡
㉠에서 $x=3,\ x=-1$
이 중에서 ㉡를 만족하는 것은 $\therefore\ x=3$

23. x, y가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$일 때, $x + y$의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.
$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$
$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉠
$xy - 2 = 0 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면
$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$
$\therefore\ x + y = 3$ ($\because\ x,\ y$ 는 양의 실수)

24. $f(x)=\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{1998}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

① 0　② i　③ $-2i$　④ -1　⑤ -2

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$ 이므로

$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$

$=f(-i)+f(i)$

$=(-i)^{1998}+(i)^{1998}$

$=(-i)^{1996}\cdot(-i)^2+i^{1996}\cdot i^2=-2$

25. $\bar{z}=-z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w=\dfrac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$z=a+bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$

$\bar{z}=-z$ 이므로 $a-bi=-(a+bi)$

$a-bi=-a-bi$, $2a=0$

따라서 $a=0$ 이므로 $z=bi$

$z=bi$ 를 $w=\dfrac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$w=\dfrac{-1+bi}{1+bi}$, $\bar{w}=\overline{\left(\dfrac{-1+bi}{1+bi}\right)}=\dfrac{-1-bi}{1-bi}$

$$\begin{aligned}\therefore\ w\bar{w}&=\frac{-1+bi}{1+bi}\cdot\frac{-1-bi}{1-bi}\\&=\frac{-1+bi}{1+bi}\cdot\frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)}\\&=\frac{-1+bi}{1+bi}\cdot\frac{1+bi}{-1+bi}=1\end{aligned}$$

26. 복소수 z의 켤레복소수가 $\bar{z}$일 때, 등식 $(1-i)\bar{z}+2iz=3-i$를 만족시키는 z를 구하면?

① $3-2i$　　② $-3+i$　　③ $3+i$
④ $-3-2i$　　⑤ $3-i$

해설

복소수 $z=x+yi(x,\ y$ 는 실수$)$ 라 놓으면
$\bar{z}=x-yi$
따라서, 주어진 식은
$(1-i)(x-yi)+2i(x+yi)=3-i$
$x-yi-xi-y+2xi-2y=3-i$
$(x-3y)+(x-y)i=3-i$
복소수의 상등에 의하여 $x-3y=3$, $x-y=-1$
$\therefore\ x=-3,\ y=-2$
$\therefore\ z=-3-2i$

27. $x = 2 + \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 \cdot \overline{x} - x \cdot \overline{x^3}$ 의 값은? (단, $\overline{x}$ 는 x 의 켤레복소수이다.)

① $13i$　　② $28\sqrt{3}i$　　③ $28i$

④ $56\sqrt{3}i$　　⑤ $72i$

해설

$x = 2 + \sqrt{3}i$ 에서 $\overline{x} = 2 - \sqrt{3}i$ 이므로

$$\begin{aligned} x^3 \cdot \overline{x} - x \cdot \overline{x^3} &= x\overline{x}(x^2 - \overline{x^2}) = x\overline{x}(x+\overline{x})(x-\overline{x}) \\ &= 7 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}i = 56\sqrt{3}i \end{aligned}$$

28. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{a-1}\sqrt{1-a}\sqrt{-a}$ 를 간단히 하면?

① $a(1-a)$ ② $a(a-1)$ ③ $a^2(a-1)$

④ $a^2(1-a)^2$ ⑤ $-a^2(1-a)^2$

해설

$a > 0$, $a-1 < 0$, $1-a > 0$, $-a < 0$ 이므로 $\sqrt{a}\sqrt{a-1}\sqrt{1-a}\sqrt{-a}$

$= \sqrt{a}\sqrt{-a}\sqrt{a-1}\sqrt{1-a}$

$= \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}i \cdot \sqrt{1-a} \cdot \sqrt{1-a}i$

$= \sqrt{a^2}\sqrt{(1-a)^2}i^2$

$= -a(1-a) = a(a-1)$

29. $x-\dfrac{1}{x}=1$일 때, $x^5+\dfrac{1}{x^5}$의 값은 ?

① $\pm 6\sqrt{5}$　　② $\pm 5\sqrt{5}$　　③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{5}$　　⑤ $\pm\sqrt{5}$

해설

$x^5+\dfrac{1}{x^5}=\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)-\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$에서

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$에서

$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2=5$

$\therefore\ x+\dfrac{1}{x}=\pm\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} x^3+\frac{1}{x^3} &= \left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ &= \pm 5\sqrt{5}-3(\pm\sqrt{5})=\pm 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$\therefore\ x^5+\dfrac{1}{x^5}=3(\pm 2\sqrt{5})-(\pm\sqrt{5})=\pm 5\sqrt{5}$

30. 삼차항의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = f(2) = f(3) = 3$ 이 성립할 때, $f(0)$ 의 값은?

① -6　　② -4　　③ -3　　④ 1　　⑤ 3

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라고 두면,
$f(1) = 1 + a + b + c = 3$
$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 3$
$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 3$
세 식을 연립하여 풀면
$a = -6,\ b = 11,\ c = -3$
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 3$
$\therefore\ f(0) = -3$

해설

$f(1) = f(2) = f(3) = 3$ 이므로
$f(x) - 3 = (x-1)(x-2)(x-3)$
$f(0) - 3 = -1 \times (-2) \times (-3) = -6$
$\therefore f(0) = -3$

31. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $xf(x)+3$을 $x-1$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x),\ R$

② $Q(x),\ R+3$

③ $xQ(x), R$

④ $xQ(x),\ R+3$

⑤ $xQ(x)+R,\ R+3$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x)+R$

$$\begin{aligned} xf(x)+3 &= (x-1)xQ(x)+Rx+3 \\ &= (x-1)xQ(x)+R(x-1)+R+3 \\ &= (x-1)\left\{xQ(x)+R\right\}+R+3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $xQ(x)+R$, 나머지 : $3+R$

32. x^4+3x^2+4를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2+x+1)(x^2-2x+1)$
② $(x^2+2x+2)(x^2-x+2)$
③ $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$
④ $(x^2+x-1)(x^2-2x+1)$
⑤ $(x^2+x-2)(x^2+x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4+3x^2+4 &= (x^4+4x^2+4)-x^2 \\ &= (x^2+2)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2) \end{aligned}$$

33. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z라 하면 주어진 조건으로부터

$x+y+z=0 \cdots\cdots$ ㉠

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{2} \cdots\cdots$ ㉡

$x^2+y^2+z^2=1 \cdots\cdots$ ㉢

$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$ 이므로

㉠, ㉢에서 $0^2=1+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xy+yz+zx=-\frac{1}{2} \cdots\cdots$ ㉣

㉡에서 $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{3}{2}$ 이므로

$3xyz=2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xyz=-\frac{1}{3}$

또, $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

㉠에서 $x+y+z=0$ 이므로

$x^3+y^3+z^3=3xyz=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

34. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형　　② 직각삼각형
③ 이등변삼각형　　④ 둔각삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$
$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$
$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$
$(a+b \neq 0)$
$c^2 - a^2 - b^2 = 0$
$\therefore c^2 = a^2 + b^2$
$\therefore\ C = 90°$인 직각삼각형

35. $a(a+1)=1$일 때, $\dfrac{a^6-1}{a^4-a^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\dfrac{a^6-1}{a^4-a^2}=\dfrac{(a^3+1)(a^3-1)}{a^2(a^2-1)}$

$=\dfrac{(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)}{a^2(a+1)(a-1)}$

$=\dfrac{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}{a^2}\leftarrow a^2=1-a$ 대입

$=\dfrac{2(1-a)\times 2}{1-a}=4$