1. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A \triangle B = 2A + B$, $A \blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A \blacktriangledown (B \triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A \blacktriangledown (B \triangle A) &= A \blacktriangledown (2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B에 대입하여 정리한다.

2. 두 다항식 $A=a+2b$, $B=2a+3b$일 때, $2A+B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

$$\begin{aligned}2A+B &= 2(a+2b)+(2a+3b) & \\ &= (2a+4b)+(2a+3b) & \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a+(4b+2a)+3b & \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a+(2a+4b)+3b & \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a+2a)+(4b+3b) & \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2+2)a+(4+3)b & \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a+7b &\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a+(2a+4b)+3b=(2a+2a)+(4b+3b)$: 결합법칙

3. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3+4x^2+3x-2)\div(\square x^2+\square x+\square)=x+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\square x^2+\square x+\square=A$라 하면

$(x^3+4x^2+3x-2)\div A=x+2$

$\therefore\ A=(x^3+4x^2+3x-2)\div(x+2)$

$\therefore\ A=x^2+2x-1$이므로

$\square$안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

4. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$

$A = (x + p)$

$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$

$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a = -2,\ b = 3$

$\therefore ab = -6$

5. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1$
$= 7$

6. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a, b라 할 때, $a-b$의 값은?

① 4^3-5^3　　② 3^3-3^4　　③ 0

④ 1　　⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$라 놓으면

$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$

$=(A+x^4)^3$

$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$

$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$

이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$\therefore\ a-b=0$

7. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

8. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에 대입하면

$ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$

$(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

$\frac{1}{4}=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

따라서 $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\frac{1}{4}$

9. x에 대한 항등식 $\frac{x^2-3x-1}{x-1}-\frac{x^2-x-3}{x+1}+\frac{2}{x}=\frac{Ax+B}{x(x-1)(x+1)}$에서 $A-B$의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x=2,\ x=-2$를 대입해서 정리하면

$x=2$일 때

$$\frac{4-6-1}{1}-\frac{4-2-3}{3}+\frac{2}{2}=\frac{2A+B}{2\times1\times3}$$

$$-3+\frac{1}{3}+1=\frac{2A+B}{6}$$

$\therefore\ 2A+B=-10\cdots$ ㉠

$x=-2$일 때

$$\frac{4+6-1}{-3}-\frac{4+2-3}{-1}+\frac{2}{-2}=\frac{-2A+B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3+3-1=\frac{-2A+B}{-6}$$

$\therefore\ -2A+B=6\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=-4,\ B=-2$

$\therefore\ A-B=(-4)-(-2)=-2$

10. $\dfrac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$의 값을 구하시오.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $12a=2$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+1}=k$ (일정값 $=k$)라 놓으면 $2x+3a=k(4x+1)$에서

$(2-4k)x+3a-k=0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로,

$2-4k=0,\ 3a-k=0$

$k=\dfrac{1}{2}$ 이므로 $3a=k$에서 $a=\dfrac{1}{6}$

$\therefore\ 12a=2$

11. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$라 놓으면

$2x+ay-b = k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

12. x^3-4x^2+ax+b를 $(x+1)^2$으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$의 값은?

① -12　② -10　③ 0　④ 10　⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$
\begin{array}{rrl}
 & & x-6 \\
\cline{3-3}
x^2+2x+1 & \big) & x^3-4x^2+\quad ax+b \\
- & & x^3+2x^2+\quad x \\
\cline{3-3}
 & & -6x^2+(a-1)x+b \\
- & & -6x^2-\quad 12x-6 \\
\cline{3-3}
 & & (a+11)x+b+6
\end{array}
$$

나머지가 7이므로 $a+11=0,\ b+6=7$

$\therefore\ a=-11,\ b=1$

$\therefore\ a+b=-10$

해설

x^3-4x^2+ax+b

$=(x+1)^2(x+k)+7$

$=x^3+(k+2)x^2+(2k+1)x+k+7$

계수를 비교하면

$k+2=-4, 2k+1=a, k+7=b$

$k=-6$이므로 $a=-11, b=1$

$\therefore a+b=-10$

13. $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$가 $x - 1$로는 나누어 떨어지고, $x + 1$로 나누었을 때는 나머지가 -14이다. 상수 a, b의 곱 ab의 값은?

① -12 ② 12 ③ -20 ④ 20 ⑤ -36

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots$ ①

$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots$ ②

①, ②를 연립하면, $a = 5,\ b = 4$

$\therefore\ ab = 20$

14. x^5+x+1을 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라고 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^5+x+1=(x+1)Q(x)+R$

$x=-1$을 양변에 대입하면 $R=-1$

$\therefore\ x^5+x+1=(x+1)Q(x)-1\cdots$ ㉠

$Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $Q(1)$

㉠에 $x=1$을 대입하면 $3=2Q(1)-1$

$\therefore\ Q(1)=2$

15. 다항식 $(x+2)f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$을 $x-3$으로 나눈 나머지가 -3이다. 이때 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $-4x+7$ ② $-4x-3$ ③ $2x+3$

④ $2x-3$ ⑤ $3x-1$

해설

나머지정리에 의하여

$(x+2)f(x)$에 $x=1$을 대입하면

$3f(1)=9$이므로 $f(1)=3 \cdots$ ㉠

$(2x-3)f(3x-7)$에 $x=3$을 대입하면

$3f(2)=-3$이므로 $f(2)=-1 \cdots$ ㉡

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$$

이므로 $a=-4,\ b=7$

16. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x+2$로 나누면 3이 남고, x^2-1로 나누면 떨어진다. 이 때, abc의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3+ax^2+bx+c=(x+2)Q_1(x)+3$$
$$=(x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$f(-2)=3 \quad f(1)=0 \quad f(-1)=0$

$x=-2$ 대입, $-8+4a-2b+c=3$

$x=-1$ 대입, $-1+a-b+c=0$

$x=1$ 대입, $1+a+b+c=0$

세 식을 연립해서 구하면

$a=3, b=-1, c=-3$

$\therefore \ abc=9$

17. x^3-4x^2+5x-3 을 $A(x-3)^3+B(x-3)^2+C(x-3)+D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20　　② 40　　③ -60　　④ 120　　⑤ -120

해설

x^3-4x^2+5x-3 을 $x-3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x-3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

$$
\begin{array}{c|ccccl}
3 & 1 & -4 & 5 & -3 & \\
 & & 3 & -3 & 6 & \\
\hline
3 & 1 & -1 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow \ \mathrm{d} \\
 & & 3 & 6 & & \\
\hline
3 & 1 & 2 & \boxed{8} & \leftarrow & \mathrm{c} \\
 & & 3 & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{5} & \leftarrow \mathrm{b} & & \\
 & \uparrow & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ ABCD=1\times5\times8\times3=120$

18. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2의 제곱근은 $\sqrt{2}i$와 $-\sqrt{2}i$이다.

② $\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=-\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\dfrac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}=\sqrt{\dfrac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16}=-4i$

해설

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2i}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

19. $\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}=a+bi$ 일 때, a^2+b^2 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

해설

$$\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$$
$$=2\sqrt{3}i-3\sqrt{2}+\sqrt{3}i$$
$$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}i$$
$$=a+bi$$
따라서, $a=-3\sqrt{2}, b=3\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2+b^2=18+27=45$

20. $\sqrt{-x^2(x^2-1)^2}$ 이 실수가 되는 서로 다른 실수 x들의 총합은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2-1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2-1)^2}i \\ &= \sqrt{x^2}\sqrt{(x^2-1)^2}i \\ &= |x|\cdot|x^2-1|i \\ &= |x|\cdot|x+1||x-1|i\end{aligned}$$

그러므로 $x=0,\ 1,\ -1$ 일 때 총합은 0이 된다.

21. 복소수 $(1+i)x^2+2(2+i)x+3-3i$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 x의 값은?
(단, $i^2=-1$)

① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2+4x+3)+(x^2+2x-3)i$가 순허수이어야 하므로
$x^2+4x+3=0,\ x^2+2x-3\neq 0$
$(x+3)(x+1)=0,\ x=-1,\ x=-3$
$(x+3)(x-1)\neq 0,\ x\neq 1,\ x\neq -3$
$\therefore\ x=-1$

22. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i=\frac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 x의 값은 ?

① 1　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ 2　⑤ -5

해설

$(1+\sqrt{3}i)(x-i)=2(x+i)$

$(x+\sqrt{3})+(\sqrt{3}x-1)i=2x+2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+\sqrt{3}=2x,\quad \sqrt{3}x-1=2$

$\therefore\ x=\sqrt{3}$

23. 실수 x, y 대하여 $\dfrac{x}{1+i}+\dfrac{y}{1-i}=2-i$가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ $\dfrac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x+(1+i)y}{(1+i)(1-i)}=2-i$$

$$\frac{(x+y)-(x-y)i}{2}=2-i$$

$$(x+y)-(x-y)i=4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$x+y=4\cdots$㉠, $x-y=2\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $x=3,\ y=1\quad \therefore\ 2x+y=7$

24. 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} = a + bi$ 일 때, $\dfrac{1}{2}ab$

의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $-3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $-4\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}}$$
$$= 4\sqrt{2}i + \sqrt{24} - \sqrt{8}i$$
$$= 4\sqrt{2}i + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i$$
$$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i$$
$$a = 2\sqrt{6}, b = 2\sqrt{2}$$
$$\therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$$

25. $A = \dfrac{1+i}{1-i}$ 일 때 $1 + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{100}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② i ③ 0 ④ -1 ⑤ $-i$

해설

$$A = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = i$$

$A^2 = i^2 = -1,\ A^3 = i^3 = -i,\ A^4 = i^4 = 1$

$\therefore\ 1 + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{100}$

$= 1 + (A + A^2 + A^3 + A^4) + \cdots$

$+ (A^{97} + A^{98} + A^{99} + A^{100})$

$= 1 + (i - 1 - i + 1) + (i - 1 - i + 1) + \cdots + (i - 1 - i + 1)$

$= 1$

26. 두 복소수 α, β 에 대하여 $\alpha + \overline{\beta} = 2008i$ 일 때, $\overline{\alpha} + \beta$ 의 값은? (단, $\overline{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 2008
② -2008
③ $2008i$
④ $-2008i$
⑤ 일정하지 않다.

해설

켤레복소수의 성질에서

$\alpha + \overline{\beta} = 2008i$ 일 때

$\overline{\alpha + \overline{\beta}} = \overline{2008i}$

$\overline{\alpha} + \beta = -2008i$

27. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$에 대하여 $z+\bar{z}=6,\ z\bar{z}=9$일 때, $\dfrac{z}{1+\sqrt{2}i}$ 의 실수 부분의 값은?

① -2　　② -1　　③ 2　　④ 1　　⑤ 5

해설

$z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi\quad(a,\ b$ 는 실수$)$

$z+\bar{z}=a+bi+a-bi=2a=6\ ,\ a=3$

$z\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2=9\ ,\ b=0$

$z=3$

$$\frac{z}{1+\sqrt{2}i}=\frac{3}{1+\sqrt{2}i}=\frac{3(1-\sqrt{2}i)}{3}=1-\sqrt{2}i$$

$\therefore$ 실수부 : 1

28. $\dfrac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\dfrac{a+1}{a}}$ 일 때, $|a-1|+|a|+|a+1|$을 간단히 하면?

① $-a+2$　　② $-a$　　③ 2

④ a　　⑤ $a-2$

해설

$a+1 \geq 0,\ a < 0 \Rightarrow -1 \leq a < 0$

$\therefore$ (준식) $= -(a-1)-(a)+(a+1)$

$= -a+2$

29. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서 $3^2=7+2xy,\ xy=1$
$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

30. 2가 아닌 모든 실수 x에 대하여 $\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}$의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a-b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}=k$라 하면

$ax^2+4x+b=k(x-2)$

$ax^2+(4-k)x+b+2k=0$

x에 대한 항등식이므로

$a=0$

$4-k=0$에서 $k=4$

$b+2k=0$에서 $b=-8$

$\therefore\ a-b=8$

해설

주어진 식이 모든 x에 대해 일정한 값을 가지려면
분자인 ax^2+4x+b가 분모인 '$x-2$' 만을 인수로 가져야 한다.
즉, 분자가 $k(x-2)$가 되어야 한다.

$$\frac{ax^2+4x+b}{x-2}=\frac{4(x-2)}{x-2}=4$$

$\therefore a=0,\ b=-8$에서 $a-b=8$

31. x에 대한 항등식 $(x^2-x-1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$에서 $a_1 + a_3 + a_5$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x=1$을 대입하면,

$-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \quad \cdots ㉠$

양변에 $x=-1$을 대입하면,

$1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \quad \cdots ㉡$

㉠ − ㉡: $-2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$

$\therefore\ a_1 + a_3 + a_5 = -1$

32. 다항식 $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때의 나머지가 3이고, x^2-4x+3으로 나눌 때의 나머지가 $3x$일 때, $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나눌 때의 나머지는?

① 3　② $3x+3$　③ $3x-3$
④ $6x-9$　⑤ $9x+6$

해설

$f(x)=(x-2)(x-1)Q(x)+3$
$f(x)=(x-3)(x-1)Q'(x)+3x$
$\therefore\ f(2)=3,\ f(3)=9$ $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$라 하면
$f(x)=(x-2)(x-3)Q''(x)+ax+b$
$f(2)=2a+b=3,\ f(3)=3a+b=9$
$a=6,\ b=-9$
$\therefore$ 나머지는 $6x-9$

33. 복소수들 사이의 연산 $*$가 다음과 같다고 하자.

$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$

이 때, $(1+2i) * z = 1$을 만족시키는 복소수 z는?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1+i$　② $1-i$　③ $-1+i$

④ $-1-i$　⑤ i

해설

$z = a + bi$라 하면

$(1+2i) * z$

$= (1+2i) + (a+bi) + (1+2i)(a+bi)i$

$= (-a-b+1) + (a-b+2)i = 1$

$-a-b+1 = 1,\ a-b+2 = 0$

$a = -1,\ b = 1$

$\therefore\ z = -1+i$

34. 복소수 z 에 대하여 다음의 보기 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고르면? (단, $z \neq 0$ 이며, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수임)

> ㉠ $z\bar{z}$ 는 항상 실수이다.
>
> ㉡ $z+\bar{z}=0$ 이면, z 는 순허수이다.
>
> ㉢ $z+\bar{z}$ 는 항상 실수이다.
>
> ㉣ $z-\bar{z}$ 는 항상 순허수이다.
>
> ㉤ $\dfrac{1}{z}$ 과 $\dfrac{1}{\bar{z}}$ 의 실수부는 항상 동일하다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$

㉠ $z\bar{z}=a^2+b^2 \Rightarrow$ 실수

㉡ $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a=0, a=0$

$\therefore\ z=bi \Rightarrow$ 순허수 ($\because\ z \neq 0$ 이므로 $b \neq 0$)

㉢ $z+\bar{z}=2a \Rightarrow$ 실수

㉣ $z-\bar{z}=(a+bi)-(a-bi)=2bi$

순허수로 판단하기 쉬우나, $b=0$ 인 경우

$z-\bar{z}=0$ 으로 순허수가 아니다.

㉤ $\dfrac{1}{z}=c+di$ 라면 $\dfrac{1}{\bar{z}}=\overline{\dfrac{1}{z}}=c-di$ 이므로 참

35. $\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^{10}+\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^{8}$ 값을 구하면?

① $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ③ 1

④ 0 ⑤ -1

해설

$\omega=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $2\omega+1=\sqrt{3}i$

양변을 제곱해서 정리하면 $\omega^2+\omega+1=0$

$(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0 \Rightarrow \omega^3=1$

$(\omega^3)^3\cdot\omega+(\omega^3)^2\cdot\omega^2=\omega+\omega^2=-1$