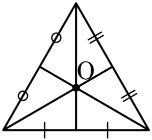
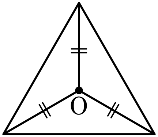
1. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

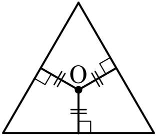
①



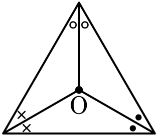
②



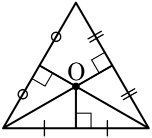
③



④



⑤

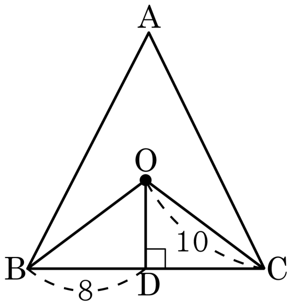


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

2. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

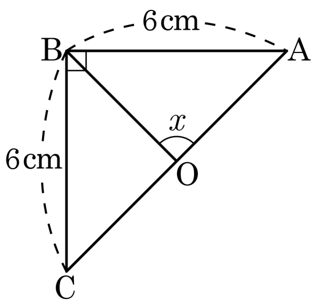


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

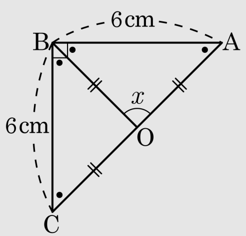
삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

3. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC 이고, $\angle$B $= 90°$ 이므로

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC $= 45°$

직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.

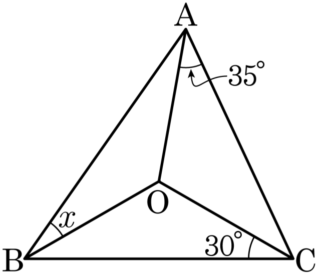
$\therefore \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}}$

$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$)

$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $= 45°$

따라서 $\angle$AOB $= 90°$ 이다.

4. 다음 그림고 같이 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAC = 35°$, $\angle OCB = 30°$일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

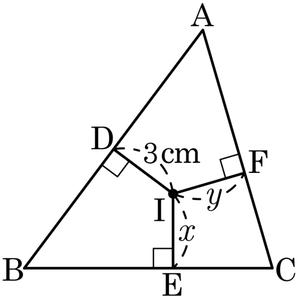
▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle OAC + \angle OCB + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 35° - 30° = 25°$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{ID} = 3cm$일 때, $x + y$의 길이는?



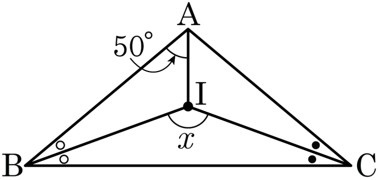
① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\mathrm{cm})$이다.

$\therefore\ x + y = 6(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100^\circ$이다.

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180^\circ$이다.

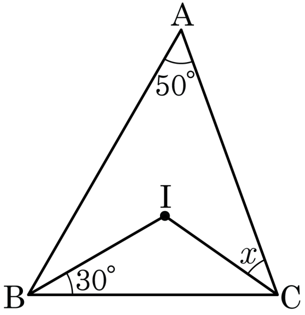
$\therefore \bullet + \times = 40^\circ$

$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle x + \bullet + \times = 180^\circ$이다.

$\therefore\ \angle x = 140^\circ$

7. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x = (\qquad)^{\circ}$이다. (　　) 안에 알맞은 수를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

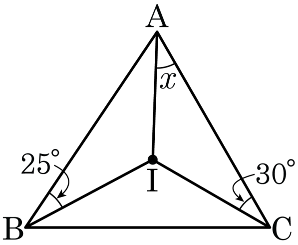
내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle x = \angle ICB$, $\angle IBA = \angle IBC = 30^{\circ}$이다.

$2\angle x + 50^{\circ} + 2 \times 30^{\circ} = 180^{\circ}$

$\therefore\ \angle x = 35^{\circ}$

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

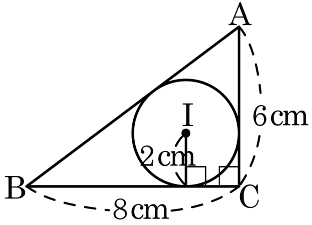
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

9. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, △ABC 는 직각삼각형일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

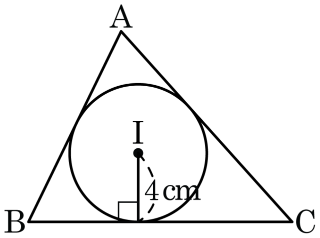
▷ **정답 :** 24 cm

해설

△ABC 의 넓이가 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 2 \times$ (△ABC의 둘레의 길이) $= 24$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $40\mathrm{cm}^2$ 이다. 이 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$ 의 값을 구하면?



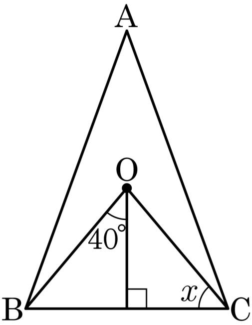
① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC} = 20\mathrm{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



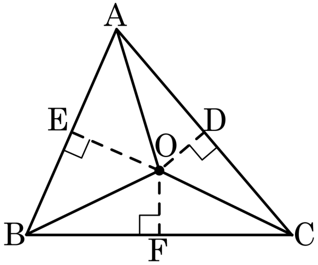
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 50 °

해설

점 O 에서 선분 BC 로 내린 수선의 발을 점 D 라고 할 때,
$\triangle OBD \equiv \triangle ODC$ 이므로,
$\angle BOD = \angle DOC = 40°$ 이다.
따라서 x 는 $180° - 90° - 40° = 50°$ 이다.

12. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$　　② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

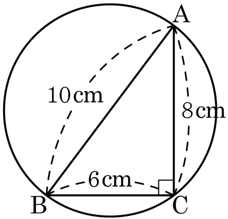
③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$　　④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 이다. 외접원의 넓이는?

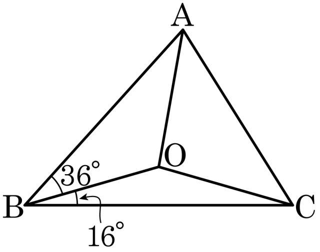


① $22\pi\,\text{cm}^2$
② $25\pi\,\text{cm}^2$
③ $26\pi\,\text{cm}^2$
④ $28\pi\,\text{cm}^2$
⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

반지름이 $5\,\text{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

14. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\;\;°}$

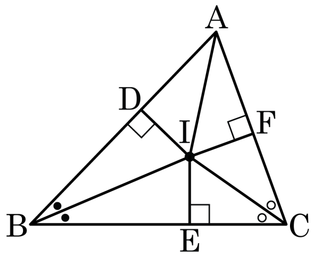
▷ 정답 : $38\underline{°}$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\angle OAC = 90° - (36° + 16°) = 38°$

15. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



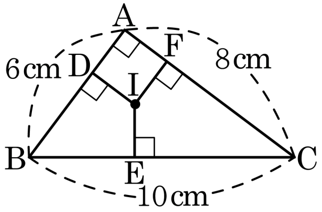
$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} =$ (㉠)
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)
iii) $\overline{ID} =$(㉠) = (㉡)
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv$ (㉢)
$\therefore$ $\angle DAI =$ (㉣)
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$
② ㉡ : $\overline{IF}$
③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$
⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm

④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,

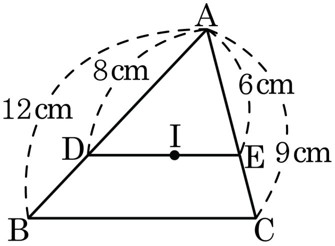
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$이므로

$10 = (6 - x) + (8 - x)$

$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI}+\overline{IE}$ 를 고르면?

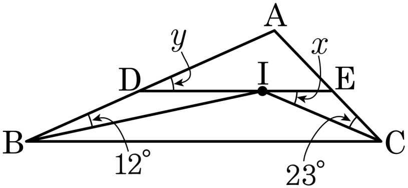


① 6 cm　② 7 cm　③ 8 cm　④ 9 cm　⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}$ 이다. 따라서 $x=\overline{DI}+\overline{IE}=\overline{DE}=(12-8)+(9-6)=4+3=7(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $x+y=(\quad)°$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12°$, $\angle ICB = \angle ECI = 23°$

$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12°$, $\angle ICB = \angle EIC = 23°$ 이다.

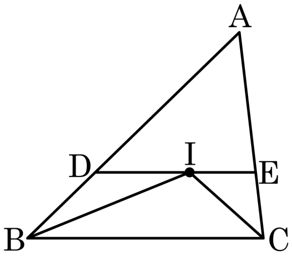
$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23°$ 이다.

또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24°$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47°$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 이다. $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle$ADE 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?

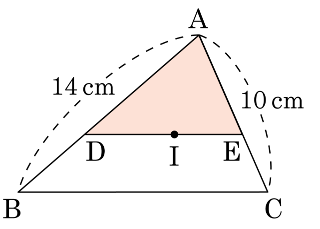


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{\mathrm{DE}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}} = 17(\mathrm{cm})$ 이다.
$\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
($\triangle$ABC 의 둘레의 길이)$= \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}} = 17+\overline{\mathrm{BC}} = 25(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = 25 - 17 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

20. 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$일 때, $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle DBI$에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로

$\angle CBI = \angle DIB$(엇각)$\cdots$㉠

또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI \cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$

$\therefore\ \overline{DB} = \overline{DI}$

$\triangle EIC$에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로

$\angle BCI = \angle EIC$(엇각)$\cdots$㉣

또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI \cdots$㉤

㉣, ㉤에서 $\angle EIC = \angle ECI$

$\therefore\ \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)

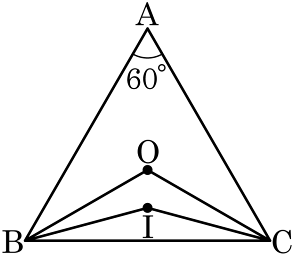
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

$= 14 + 10 = 24(\text{cm})$

21. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



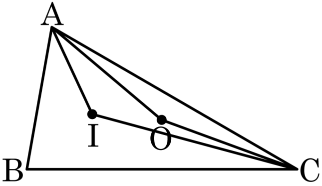
① $0°$　② $10°$　③ $20°$　④ $30°$　⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160°　② 120°　③ 125°　④ 130°　⑤ 140°

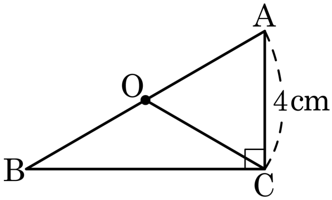
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ 알 수 없다.

해설

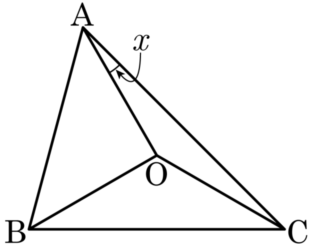
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이고

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$이다.

따라서 $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$

$\therefore\ \angle ABC=30°$

24. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

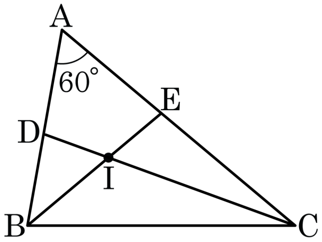
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \dfrac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \dfrac{1}{2} = 15°$

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 180 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 120°$, $\angle DIE = 120°$.

□ADIE 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$, $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.