

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ 소수는 약수의 개수가 2개뿐이다.
- ㉡ 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.
- ㉢ 2는 모든 짝수의 약수이다.
- ㉣ 102와 187은 서로소이다.
- ㉤ 소수에는 짝수가 없다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

- ㉣ 102 와 187 의 최대공약수가 17 이므로 서로소가 아니다.
- ㉤ 소수에는 짝수인 2 가 있다.

2. 다음 수 중 서로소인 것끼리 짹지어진 것은?

- ① 9 과 21
- ② 9 와 18
- ③ 12 과 30
- ④ 12 와 35
- ⑤ 24 과 42

해설

④ 12 와 25 는 공약수가 1 뿐이다.

3. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10 보다 작은 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15 와 어떤 수의 공약수가 개수가 1 개, 즉 서로소이므로 어떤 수는 10 미만의 자연수 중 3 과 5 의 배수가 아닌 수이므로 1, 2, 4, 7, 8 이다.

따라서 어떤수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22 이다.

4. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉢ 공약수가 1인 두 자연수는 서로소이다.
- ㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7과 서로소인 소수는 5개이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ⑦

▷ 정답: ④

해설

- ㉡ 반례: 8과 25는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
- ㉢ 1은 모든 두 자연수의 공약수이다.

5. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

6. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

7. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서

최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

8. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

9. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $2^2 \times 3^2$
- ② $2^2 \times 3^3$
- ③ $2^3 \times 3^3 \times 5$
- ④ $2^3 \times 3^3 \times 5$
- ⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

10. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2의 지수가 3이므로
 $2^a \times 5^2$ 에서 2의 지수가 2이어야 한다.
따라서 $a = 2$

11. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3의 지수가 3이므로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3의 지수가 2이어야 한다.

같은 방식으로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7의 지수가 5이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7의 지수가 3이어야 한다.

또한,

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11의 지수가 7이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11의 지수가 5이어야 한다.

따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

12. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로, } a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

13. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

14. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 16 ② 24 ③ 56 ④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

15. 다음 중 두 수 28, 42 의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 14

해설

$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$ 이므로
14의 약수가 아닌 것은 ③ 4

16. 두 자연수 A , B 의 최대공약수가 42 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

- ① 3
- ② 6
- ③ 14
- ④ 21
- ⑤ 28

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 28 는 42 의 약수가 아니다.

17. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12 일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 12

⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12의 약수와 같다.
12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 6개이다.

18. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

- ① 6개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 9개
- ⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9개이다.

19. 두 수 $2^2 \times 3^2$, $2^2 \times 3 \times 5$ 의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

▷ 정답: 6

▷ 정답: 12

해설

최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$ 이므로 두 수의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이다.

20. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$

공약수는 최대공약수의 약수이므로,

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.