

1. 두 점 $A(3, 2), B(1, 4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$

② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$

③ $(0, 2)$

④ $(1, 1)$

⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3, 2), B(1, 4)$ 의 중점 M 의 좌표는 $(2, 3)$ 이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인

직선의 기울기 m 은 $(-2) \cdot m = -1$ 에서 $m = \frac{1}{2}$

이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2) + 3 \quad \therefore y = \frac{1}{2}x + 2$$

따라서, 이 직선 위의 점은 $(0, 2)$ 이다

2. 점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 (a, b) 가 된다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

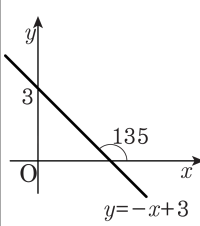
점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2, -5)$ 이고,
이 점을 다시 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $(2 + 3, -5 - 2) = (5, -7) = (a, b)$
따라서, $a = 5$, $b = -7$ 이므로
 $a - b = 12$

3. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^{\circ}$ 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기: -1 , y 절편: 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
 $-1 = \tan \theta$ 에서 $\theta = 135^{\circ}$



4. 두 점 $A(1, 5)$, $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$ ② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$ ④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점 A , B 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$$

5. 방정식 $x^2 + y^2 - 7y = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x^2 + y^2 + x - x + 2 = 0$
② $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 5 = 0$
③ $x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$
④ $2x^2 + y^2 - 9x + 4y + 3 = 0$
⑤ $4x^2 + y^2 + 2x - y + 9 = 0$

해설

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 - 7(y+2) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$$

6. 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

- ① $y - 2x = -5$ ② $y - 2x = -\sqrt{5}$ ③ $y + 2x = 5$
④ $y + 2x = \sqrt{5}$ ⑤ $y + 2x = -\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$$-\frac{1}{2}m' = -1 \text{ 에서 } m' = 2$$

따라서, 구하는 직선의 식은

$$y = 2x + n, \quad 2x - y + n = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$d = \frac{|n|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5},$$

$$|n| = 5, \quad n = \pm 5$$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 5$

7. 좌표평면에서 점 $(2, -3)$ 을 중심으로 하고 직선 $3x + 4y - 9 = 0$ 에 접하는 원의 넓이는?

① 4π ② 6π ③ 8π ④ 9π ⑤ 12π

해설

점 $(2, -3)$ 에서 직선 $3x + 4y - 9 = 0$ 까지의 거리가 구하는 원의 반지름이므로

$$r = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-3) - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-15|}{5} = 3$$

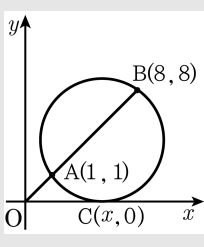
따라서 원의 넓이는 9π

8. 좌표평면 위의 두 점 (1, 1), (8, 8) 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x 좌표는 ?

- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ 4

해설

다음 그림에서
 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$
 $\therefore x^2 = \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{8^2 + 8^2} = 16$
 $\therefore x = 4$



9. 두 원 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y+a)^2 = 1$ 이 직교할 때 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a, 2)$, $(1, -a)$ 이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2 + (2+a)^2}$ 이다.
두 원의 반지름은 각각 3, 1이므로
직교하기 위한 조건은
 $(a-1)^2 + (2+a)^2 = 3^2 + 1^2$
 $\therefore 2a^2 + 2a - 5 = 0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

10. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 점 $P(x_1, y_1)$ 에서 접하는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단, P 는 제1 사분면 위의 점이고, O 는 원점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x_1 y_1 > 0$ 이고 넓이는 $\frac{25}{2x_1 y_1}$ 이므로

$x_1 y_1$ 이 최대가 될 때 넓이는 최소가 된다.

그런데 $x_1^2 + y_1^2 = 5$ 이고 $x_1 > 0, y_1 > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{x_1^2 + y_1^2}{2} \geq \sqrt{x_1^2 \cdot y_1^2} = x_1 y_1, x_1 y_1 \leq \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{x_1 y_1} \geq \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{25}{2x_1 y_1} \geq \frac{25}{2} \cdot \frac{2}{5} = 5 \text{ (단, 등호는 } x_1 = y_1 \text{ 일 때 성립)}$$

따라서, 구하는 넓이의 최솟값은 5