1. 두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x+y-1=0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$ ② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$ ③ $(0,2)$

④ $(1,1)$ ⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 의 중점 M 의 좌표는
$(2,3)$ 이고, 직선 $2x+y-1=0$ 에 수직인

직선의 기울기 m 은 $(-2)\cdot m=-1$ 에서 $m=\frac{1}{2}$

이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은

$y=\frac{1}{2}(x-2)+3 \quad \therefore y=\frac{1}{2}x+2$

따라서, 이 직선 위의 점은 $(0,2)$ 이다

2. 점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 (a, b) 가 된다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

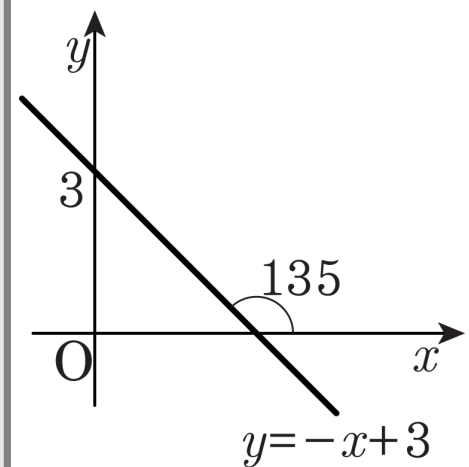
점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2, -5)$ 이고,
이 점을 다시 x 축의 방향으로 3 만큼,
y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
$(2 + 3, -5 - 2) = (5, -7) = (a,\ b)$
따라서, $a = 5,\ b = -7$ 이므로
$a - b = 12$

3. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^\circ$ 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기 : -1 , y 절편 : 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
$-1 = \tan\theta$ 에서 $\theta = 135^\circ$



4. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $B(-3,\ -1)$을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2+(y+2)^2=13$ ② $(x-1)^2+(y-2)^2=52$

③ $(x-1)^2+(y+2)^2=13$ ④ $(x+1)^2+(y-2)^2=13$

⑤ $(x+1)^2+(y-2)^2=52$

해설

원의 중심은 두 점 A, B 의 중점이므로,

$\left(\frac{1-3}{2},\ \frac{5-1}{2}\right)=(-1,\ 2)$ 이다.

또, 원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{13}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y-2)^2=13$

5. 방정식 $x^2+y^2-7y=0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x^2+y^2+x-x+2=0$

② $x^2+y^2-2x-3y+5=0$

③ $x^2+y^2-8x-3y+6=0$

④ $2x^2+y^2-9x+4y+3=0$

⑤ $4x^2+y^2+2x-y+9=0$

해설

$(x-4)^2+(y+2)^2-7(y+2)=0$

$\therefore x^2+y^2-8x-3y+6=0$

6. 직선 $x+2y-1=0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

① $y-2x=-5$ ② $y-2x=-\sqrt{5}$ ③ $y+2x=5$

④ $y+2x=\sqrt{5}$ ⑤ $y+2x=-\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$-\frac{1}{2}m'=-1$ 에서 $m'=2$

따라서, 구하는 직선의 식은

$y=2x+n,\ 2x-y+n=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$d=\frac{|n|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5},$$

$|n|=5,\ n=\pm 5$

∴ 구하는 직선의 식 : $y=2x+5$ 또는 $y=2x-5$

7. 좌표평면에서 점 $(2, -3)$ 을 중심으로 하고 직선 $3x + 4y - 9 = 0$ 에 접하는 원의 넓이는?

① 4π ② 6π ③ 8π ④ 9π ⑤ 12π

해설

점$(2, -3)$ 에서 직선 $3x + 4y - 9 = 0$ 까지의 거리가 구하는 원의 반지름이므로

$$r = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-3) - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-15|}{5} = 3$$

따라서 원의 넓이는 9π

8. 좌표평면 위의 두 점 $(1,\ 1)$, $(8,\ 8)$ 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x좌표는 ?

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 4

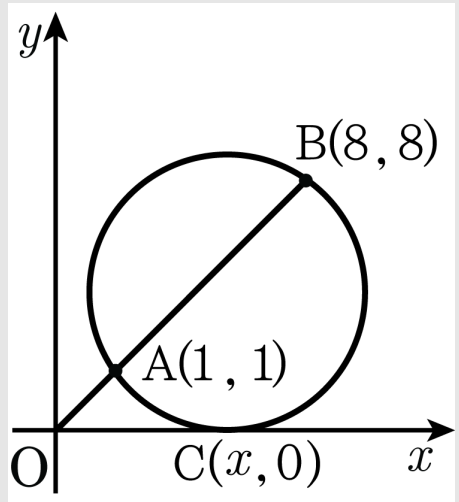
해설

다음 그림에서

$\overline{\mathrm{OC}}^2 = \overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OB}}$

$\therefore\ x^2 = \sqrt{1^2+1^2} \cdot \sqrt{8^2+8^2} = 16$

$\therefore\ x = 4$



9. 두 원 $(x-a)^2+(y-2)^2=9$, $(x-1)^2+(y+a)^2=1$이 직교할 때 a의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a,\ 2)$, $(1,\ -a)$이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2+(2+a)^2}$이다.
두 원의 반지름은 각각 3, 1이므로
직교하기 위한 조건은
$(a-1)^2+(2+a)^2=3^2+1^2$
$\therefore\ 2a^2+2a-5=0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

10. 원 $x^2+y^2=5$ 와 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$ 에서 접하는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle \mathrm{OAB}$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단, P 는 제1 사분면 위의 점이고, O 는 원점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x_1 y_1 > 0$ 이고 넓이는 $\dfrac{25}{2x_1 y_1}$ 이므로

$x_1 y_1$ 이 최대가 될 때 넓이는 최소가 된다.

그런데 $x_1^2 + y_1^2 = 5$ 이고 $x_1 > 0, y_1 > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$\dfrac{x_1^2 + y_1^2}{2} \geq \sqrt{x_1^2 \cdot y_1^2} = x_1 y_1$, $x_1 y_1 \leq \dfrac{5}{2}$

$\therefore \dfrac{1}{x_1 y_1} \geq \dfrac{2}{5}$

$\therefore \dfrac{25}{2x_1 y_1} \geq \dfrac{25}{2} \cdot \dfrac{2}{5} = 5$ (단, 등호는 $x_1 = y_1$ 일 때 성립)

따라서, 구하는 넓이의 최솟값은 5