1. 180 의 소인수와 220 의 소인수 중 공통인 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$,
$220 = 2^2 \times 5 \times 11$ 이므로
180 의 소인수는 2, 3, 5 ,
220 의 소인수는 2, 5, 11 이므로
공통인 소인수는 2, 5 이므로 2 개이다.

2. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

3. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.
또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.
따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

4. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

해설

어떤 수를 x라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10 의 공배수이고 , 세 수의 최소공배수는 40 이다.
따라서 $x+3$ 은 40 의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40,\ x+3=80$ 이다.
$x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.

5. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87 ② 99 ③ 175 ④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.

$\therefore\ 88 + 99 = 187$

6. 24와 k의 공약수가 1, 2, 4일 때, k가 될 수 있는 70 보다 작은 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 20

▷ 정답: 28

▷ 정답: 44

▷ 정답: 52

▷ 정답: 68

해설

24의 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고 k의 약수는 1, 2, 4, ⋯ 이다.
( )안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4 의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24 의 배수를 제외한 수이다.
∴ 4, 20, 28, 44, 52, 68

7. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$7^1 = 7$,

$7^2 = 49$,

$7^3 = 343$,

$7^4 = 2401$,

$7^5 = 16807$,

$7^6 = 117649$,

$\cdots$

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$2009 \div 4 = 502 \cdots 1$ 이므로

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

8. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 252 \\ \hline 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.