1. $n < m < 10$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$ 을 만족하는 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$

따라서 $n < m < 10$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9$, $n = 1$ 이다.

$\therefore\ m + n = 10$

2. 지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 몇 개의 가격과 같은지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 부피는

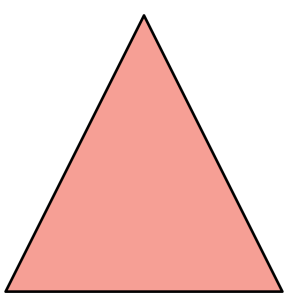
$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{7r}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{6}\pi r^3$ 이고,

지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개의 부피는

$7 \times \left[\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^3\right] = \frac{7}{6}\pi r^3$ 이다.

따라서 지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 부피는 지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌의 부피의 7^2 배이므로, 지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 49 개의 가격과 같다.

3. 다음과 같이 밑면이 삼각형 모양인 선물 상자가 있다. 선물 상자의 밑면의 넓이는 2^5cm^2 이라고 한다. 이 밑면의 가로가 2^3cm 이라 할 때, 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

(삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (가로의 길이) $\times$ (높이) 에 의해서

$\frac{1}{2} \times 2^3 \times x = 2^5$,

$2^{3-1} \times x = 2^5$,

$2^2 \times x = 2^5$, $x = 2^{5-2} = 2^3$

높이는 8 이다.

4. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10}MB 이다. 4MB 는 2^2 MB 이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,
$x = 2^8 = 256$

5. 다음 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로

$19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.