

1. 함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-2)+6}{x-2} = \frac{6}{x-2} + 1$ 에서
 $a = 2$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 2 + 1 = 3$

2. 함수 $f(x) = \frac{ax}{2x+3}$ 는 그 정의역과 치역이 같다고 한다. a 의 값은?
(단, $x \neq -\frac{3}{2}$)

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{ax}{2x+3} = \frac{a}{2} + \frac{-\frac{3}{2}a}{2x+3} \text{ 이므로 치역은}$$

$$y \neq \frac{a}{2} \text{ 인 실수이다.}$$

$$\therefore \frac{a}{2} = -\frac{3}{2}, \text{ 곧 } a = -3$$

3. 함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

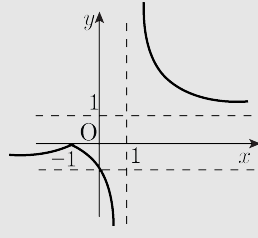
해설

i) $x < -1$

$$y = \frac{-x-1}{x-1} = -1 + \frac{-2}{x-1}$$

ii) $x \geq -1$

$$y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$



$\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 이므로

$$p = 0, q = 1 \therefore p + q = 1$$

4. 유리함수 $y = \frac{4x+3}{x+2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때 $a+b+c$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{4x+3}{x+2} = \frac{4(x+2)-5}{x+2} = 4 + \frac{-5}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{-5}{x} \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축 방향으로 } -2,$$

y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$$a+b+c = (-5) + (-2) + 4 = -3$$

5. 다음 중 평행이동에 의하여 그 그래프를 $y = \frac{1}{x}$ 과 겹칠 수 없는 것은?

① $y = \frac{-x}{x+1}$ ② $y = \frac{x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{2x-1}$
④ $y = \frac{x-1}{x}$ ⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3}$

해설

$$\textcircled{1} \ y = \frac{-(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 1$$

$$\textcircled{2} \ y = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{3} \ y = \frac{(2x-1)+2}{2x-1} = \frac{1}{x-\frac{1}{2}} + 1$$

$$\textcircled{4} \ y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$\textcircled{5} \ y = \frac{2x-5}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2$$

따라서 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이 아닌 것은 ④이다.

6. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m = 2, 1 + n = -1$ 에서 $n = -2$

$\therefore m - n = 4$

7. 함수 $y = \frac{ax+b}{2x+c}$ 가 점 (1,2) 를 지나고 점근선이 $x = 2, y = 1$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{k}{x-2} + 1$$

또 점 (1,2)를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1-2} + 1 \quad \therefore k = -1$$

$$\therefore y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{-1}{x-2} + 1 = \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-6}{2x-4}$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -8$$

8. 두 함수 $y = \frac{5x+1}{3x-2}$, $y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선이 일치할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$y = \frac{5x+1}{3x-2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{5}{3}$ 이고,

$y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$x = -\frac{b}{2}$, $y = \frac{a}{2}$ 이다.

이 때, 두 그래프의 점근선이 일치하므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{b}{2}, \frac{5}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore a+b=2$$

9. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(0,2)$ 를 지나고 두 직선 $x = -1, y = 3$ 을 점근선으로 가질 때 $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x = -1, y = 3$ 이 점근선 이므로

$$y = \frac{bx+c}{x+a} = \frac{k}{x+1} + 3$$

점 $(0,2)$ 를 지나므로 $k = -1$

$$\therefore y = \frac{-1}{x+1} + 3 = \frac{-1+3x+3}{x+1} = \frac{3x+2}{x+1}$$

이 함수가 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 와 일치해야 하므로

$$a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6$$

10. $xy - 2x - 2y + 1 = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

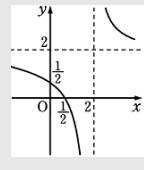
$$xy - 2x - 2y + 1 = 0$$

$$y(x - 2) = 2x - 1$$

$$y = \frac{2x - 1}{x - 2}$$

$$= 2 + \frac{3}{x - 2}$$

점근선 $x = 2, y = 2$



∴ 지나지않은 사분면은 제 3 사분면이다.

11. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

12. 함수 $y = \frac{1}{x+2} + 2$ 의 그래프가 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 에 대하여 대칭이 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

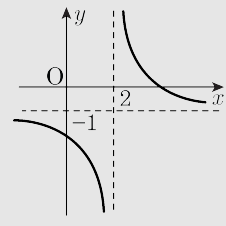
점근선의 교점이 $(-2, 2)$ 이므로
두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = cx + d$ 에 대하여
대칭이 되려면 $a = 1$, $c = -1$
따라서 $y - 2 = x + 2$ 또는 $y - 2 = -(x + 2)$
 $\therefore y = x + 4$ 또는 $y = -x$
 $\therefore b = 4$, $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 4$

13. 다음 중 함수 $y = \frac{-x+4}{x-2}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{-x+4}{x-2}$$
$$y = \frac{-(x-2)-2+4}{x-2}$$
$$y = \frac{2}{x-2} - 1$$



따라서 제2사분면을 지나지 않는다.

14. 다음 중 함수 $y = \frac{2x+8}{x+3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

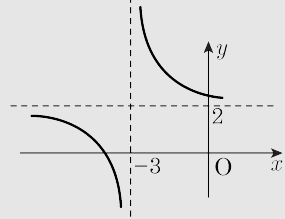
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{2x + 8}{x + 3}$$

$$y = \frac{2(x+3) + 2}{x+3}$$

$$y = \frac{2}{x+3} + 2$$



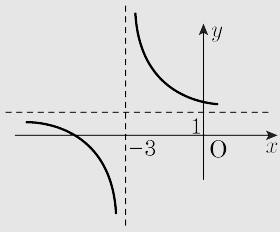
따라서 제4사분면을 지나지 않는다.

15. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$x = 0$ 일 때 $y = \frac{6}{3} = 2$, $\therefore b = 2$

$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$