

1. 함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-2)+6}{x-2} = \frac{6}{x-2} + 1$ 에서

$a = 2$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a + b = 2 + 1 = 3$

2. 함수 $f(x) = \frac{ax}{2x+3}$ 는 그 정의역과 치역이 같다고 한다. a 의 값은?
(단, $x \neq -\frac{3}{2}$)

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = \frac{ax}{2x+3} = \frac{a}{2} + \frac{-\frac{3}{2}a}{2x+3} \text{ 이므로 치역은}$$

$y \neq \frac{a}{2}$ 인 실수이다.

$$\therefore \frac{a}{2} = -\frac{3}{2}, \text{ 곧 } a = -3$$

3. 함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

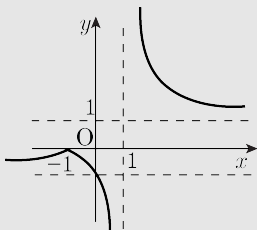
해설

i) $x < -1$

$$y = \frac{-x-1}{x-1} = -1 + \frac{-2}{x-1}$$

ii) $x \geq -1$

$$y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$



$\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 이므로
 $p = 0, q = 1 \therefore p + q = 1$

4. 유리함수 $y = \frac{4x+3}{x+2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때 $a+b+c$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = \frac{4x+3}{x+2} = \frac{4(x+2)-5}{x+2} = 4 + \frac{-5}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{-5}{x} \text{ 의 그래프를 } x\text{축 방향으로 } -2,$$

y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$$a+b+c = (-5) + (-2) + 4 = -3$$

5. 다음 중 평행이동에 의하여 그 그래프를 $y = \frac{1}{x}$ 과 겹칠 수 없는 것은?

① $y = \frac{-x}{x+1}$

② $y = \frac{x}{x-1}$

③ $y = \frac{2x+1}{2x-1}$

④ $y = \frac{x-1}{x}$

⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3}$

해설

① $y = \frac{-(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 1$

② $y = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$

③ $y = \frac{(2x-1)+2}{2x-1} = \frac{1}{x-\frac{1}{2}} + 1$

④ $y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$

⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2$

따라서 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이 아닌 것은 ④이다.

6. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n \text{ 이 식이}$$

$$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1 \text{ 과 같으므로}$$

$$m = 2, 1 + n = -1 \text{ 에서 } n = -2$$

$$\therefore m - n = 4$$

7. 함수 $y = \frac{ax+b}{2x+c}$ 가 점 $(1, 2)$ 를 지나고 점근선이 $x = 2, y = 1$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{k}{x-2} + 1$$

또 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1-2} + 1 \therefore k = -1$$

$$\therefore y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{-1}{x-2} + 1 = \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-6}{2x-4}$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -8$$

8. 두 함수 $y = \frac{5x+1}{3x-2}$, $y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선이 일치할 때,
 $a+b$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$y = \frac{5x+1}{3x-2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = \frac{2}{3}, y = \frac{5}{3} \text{ 이고,}$$

$y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = -\frac{b}{2}, y = \frac{a}{2} \text{ 이다.}$$

이 때, 두 그래프의 점근선이 일치하므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{b}{2}, \frac{5}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore a+b=2$$

9. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나고 두 직선 $x = -1$, $y = 3$ 을 점근선으로 가질 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x = -1, y = 3$ 이 점근선 이므로

$$y = \frac{bx+c}{x+a} = \frac{k}{x+1} + 3$$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $k = -1$

$$\therefore y = \frac{-1}{x+1} + 3 = \frac{-1 + 3x + 3}{x+1} = \frac{3x+2}{x+1}$$

이 함수가 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 와 일치해야 하므로

$$a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 6$$

10. $xy - 2x - 2y + 1 = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 답이 없다.

해설

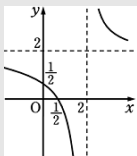
$$xy - 2x - 2y + 1 = 0$$

$$y(x - 2) = 2x - 1$$

$$y = \frac{2x - 1}{x - 2}$$

$$= 2 + \frac{3}{x - 2}$$

점근선 $x = 2, y = 2$



$\therefore$ 지나지않은 사분면은 제 3 사분면이다.

11. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,

점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, q = 2, r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

12. 함수 $y = \frac{1}{x+2} + 2$ 의 그래프가 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 에 대하여 대칭이 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

점근선의 교점이 $(-2, 2)$ 이므로

두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = cx + d$ 에 대하여

대칭이 되려면 $a = 1$, $c = -1$

따라서 $y - 2 = x + 2$ 또는 $y - 2 = -(x + 2)$

$\therefore y = x + 4$ 또는 $y = -x$

$\therefore b = 4$, $d = 0$

$\therefore a + b + c + d = 4$

13. 다음 중 함수 $y = \frac{-x+4}{x-2}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

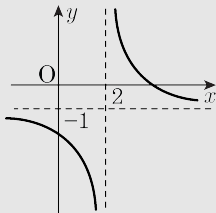
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{-x+4}{x-2}$$

$$y = \frac{-(x-2)-2+4}{x-2}$$

$$y = \frac{2}{x-2} - 1$$



따라서 제2사분면을 지나지 않는다.

14. 다음 중 함수 $y = \frac{2x+8}{x+3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

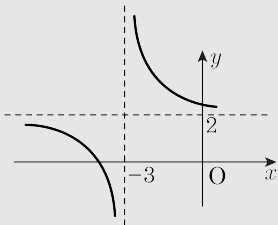
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{2x+8}{x+3}$$

$$y = \frac{2(x+3)+2}{x+3}$$

$$y = \frac{2}{x+3} + 2$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다.

15. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6

② -4

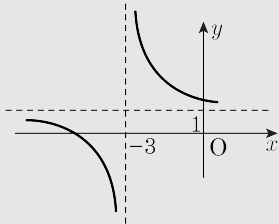
③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{6}{3} = 2, \therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$$