

1. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

2. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$
 $= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$
 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$
 $\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow$ 양변을 $x - 1$ 로 나누면
 $3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$
 $\therefore a = 3, b = 8$
※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

3. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, \quad -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = (1 + 2i)(1 - 2i) = b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

5. x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 3

6. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 에서
 $x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로
 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
 $= (x-1)(x+1)(x^2+x-6)$
 $= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3, -1, 1, 2$
따라서 최대의 근은 2

7. 연립부등식 $5x - 5 \leq 7x - 1 < 10x + 2$ 을 풀면?

① $x < -3$

② $x > -3$

③ $x < -1$

④ $x > -1$

⑤ $x < 3$

해설

$5x - 5 \leq 7x - 1 < 10x + 2$ 에서

$5x - 5 \leq 7x - 1$ 이고, $7x - 1 < 10x + 2$

$5x - 5 \leq 7x - 1, x \geq -2$

$7x - 1 < 10x + 2, x > -1$

$\therefore x > -1$

8. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

9. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

10. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

11. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2+x=A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\&= (A-2)(A-12)+24 \\&= A^2-14A+48=(A-6)(A-8) \\&= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\ \therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8)=10\end{aligned}$$

12. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

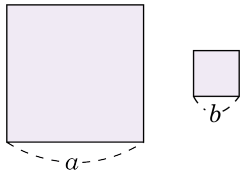
13. 복소수 α, β 에 대하여 연산 $*$ 를 $\alpha*\beta = (\alpha+\beta)-\alpha\beta$ 라 하자. $z = \frac{5}{-2-i}$ 일 때, $z*\bar{z}$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ -9 ④ 9 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} z &= -2+i, \bar{z} = -2-i \\ z*\bar{z} &= (z+\bar{z})-z\bar{z} \\ &= -4-5 \\ &= -9 \end{aligned}$$

14. 길이가 16인 철사로 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 a , b 인 두 개의 정사각형을 만들었다. 이 두 정사각형의 넓이의 합이 10이다. 이 때, a , b 를 두 근으로 하는 x 에 대한 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 1이다.)



- ① $x^2 - 4x + 3 = 0$ ② $x^2 - 3x + 4 = 0$
 ③ $x^2 + 3x - 4 = 0$ ④ $x^2 + 4x + 2 = 0$
 ⑤ $x^2 - 2x - 2 = 0$

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 16이므로
 $4(a + b) = 16$ 에서 $a + b = 4$
 두 정사각형의 넓이의 합이 10이므로
 $a^2 + b^2 = 10$,
 $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 = 16 - 2ab = 10$
 따라서 $2ab = 6$ 이고 $ab = 3$
 따라서 a , b 를 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 합이 4, 곱이 3
 이므로 $x^2 - 4x + 3 = 0$

15. 실수 x 에 대하여 함수 $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 + 2x + 3}$ 의 함수값 중 가장 작은 정수를 m , 가장 큰 정수를 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$\frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 + 2x + 3} = y$ 라 놓고,
양변에 $x^2 + 2x + 3$ 을 곱하면
 $2x^2 - 4x + 1 = y(x^2 + 2x + 3)$
 $(y - 2)x^2 + 2(y + 2)x + 3y - 1 = 0$
 x 가 실수이므로
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = (y + 2)^2 - (y - 2)(3y - 1) \geq 0$
 $2y^2 - 11y - 2 \leq 0$
 $\therefore \frac{11 - \sqrt{137}}{4} \leq y \leq \frac{11 + \sqrt{137}}{4}$
 $11 < \sqrt{137} < 12$ 이므로
 $-0. \times \times \times \leq y \leq 5. \times \times \times$
따라서 $m = 0, M = 5$ 이므로 $m + M = 5$

16. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 4x-3 > 3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x < 3 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은?

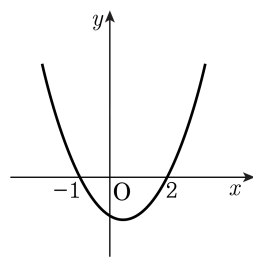
① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 4x-3 > 3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 6 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore 2 < x \leq 6$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가
다음 그림과 같을 때,
 x 에 대한 이차부등식 $cx^2 + bx + a > 0$ 의
해는?



- ① $-1 < x < \frac{1}{2}$
 ② $x < -1$ 또는 $x > \frac{1}{2}$
 ③ $x < -\frac{1}{2}$ 또는 $x > 1$
 ④ x 는 모든 실수
 ⑤ 해가 없다.

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래로 볼록이고
 x 축과의 교점의 x 좌표가 $-1, 2$ 이므로
 $a > 0$ 이고
 $ax^2 + bx + c = a(x+1)(x-2) = ax^2 - ax - 2a$
 $\therefore b = -a, c = -2a (a > 0)$

$$\begin{aligned} \text{이때, } cx^2 + bx + a > 0 &\Leftrightarrow -2ax^2 - ax + a > 0 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(2x-1) < 0 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 부등식의 해는 $-1 < x < \frac{1}{2}$ 이다.

18. $198^3 + 200^3 + 202^3 - 3 \cdot 198 \cdot 200 \cdot 202$ 를 간단히 하면?

① 6800

② 7000

③ 7200

④ 7400

⑤ 7600

해설

$198 = x, 200 = y, 202 = z$ 라 하면

$198^3 + 200^3 + 202^3 - 3 \cdot 198 \cdot 200 \cdot 202$

$=x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

$=\frac{1}{2}(x+y+z)\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}$

$=\frac{1}{2} \times 600 \times 24$

$= 7200$

19. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1-i}{1+i} = -i, \frac{1+i}{1-i} = i$ 이므로

$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$

$= f(-i) + f(i)$

$= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{98}$

$= i^{98} + (-i)^{98}$

$= i^2 + i^2$

$= -2$

20. $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1 \\ &= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1 \\ &\text{이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로} \\ &D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1) \\ &= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8 \\ &= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1 \\ &\text{여기서 } D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0 \text{ 이어야 하므로} \\ &25 - 9 + 8m = 0 \\ &8m = -16 \\ &\therefore m = -2 \end{aligned}$$

21. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a\end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

$$i) a = -\frac{3}{8} \text{ 대입 :}$$

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$$ii) a = 3 \text{ 대입 : } -12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$$

따라서 $a = 3$ 이다.

22. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

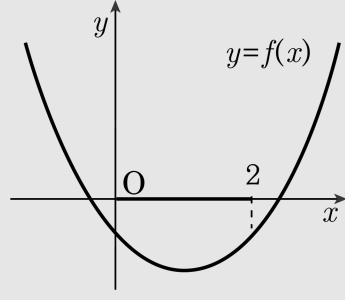
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

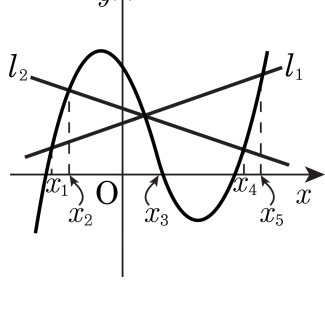
23. 실수가 아닌 복소수 z 가 $z^5 = 1$ 일 때,
 $(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4)$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 5 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} z^5 &= 1 \text{ 이므로 } z^5 - 1 = 0 \text{ 에서} \\ (z-1)(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) &= 0 \\ z \neq 1 \text{ 이므로 } z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 &= 0 \\ (\text{준식}) &= (1-z)(1-z^4)(1-z^2)(1-z^3) \\ &= (2-z-z^4)(2-z^2-z^3) \\ &= 4 - (z+z^2+z^3+z^4) \\ &= 5 \end{aligned}$$

24. 삼차방정식 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 직선 l_1, l_2 와 아래의 그림과 같이 만나고 있다. 이들 교점의 x 좌표를 차례로, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 라 할 때, x_1, x_2, x_4, x_5 의 관계가 옳은 것은?



- ① $x_1 + x_5 = x_2 + x_4$ ② $x_1 + x_4 = x_2 + x_5$
 ③ $x_1 x_2 = x_4 x_5$ ④ $x_1 x_4 = x_2 x_5$
 ⑤ $x_1^2 + x_2^2 = x_4^2 x_5^2$

해설

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0) \cdots f(x)$
 $y = px + q \ (p \neq 0) \cdots l_1$
 $y = rx + s \ (r \neq 0) \cdots l_2$ 로 놓으면
 $ax^3 + bx^2 + cx + d = px + q \cdots (i)$
 $ax^3 + bx^2 + cx + d = rx + s \cdots (ii)$
 (i), (ii)에서 근과 계수의 관계를 이용하면
 $x_1 + x_3 + x_5 = -\frac{b}{a}$
 $x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a}$ 이므로
 $x_1 + x_5 = x_2 + x_4$

25. 양의 유리수 a 에 대하여 $(n-1)^2 \leq a \leq n^2$ 을 만족하는 정수 n 을 $[a]$ 로 나타내기로 한다. 즉, $2^2 \leq 6 \leq 3^2$ 이면 $[6] = 3$ 이 된다. $[x] = 5$, $[y] = 9$ 일 때, $[y-x]$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 9

해설

$[x] = 5$ 이므로 $4^2 \leq x \leq 5^2 \quad \therefore 16 \leq x \leq 25$
 $[y] = 9$ 이므로 $8^2 \leq y \leq 9^2 \quad \therefore 64 \leq y \leq 81$
 $y-x$ 의 범위를 구하면 $39 \leq y-x \leq 65$
즉, $6^2 \leq y-x \leq 9^2$ 이므로 $[y-x]$ 가 될 수 있는 값은 7, 8, 9 이다.