1. 점 $(-2,\ 3)$ 을 지나고 $y=-2x+7$ 에 평행인 직선의 방정식은?

① $y=2x+1$ ② $y=2x-1$ ③ $y=-2x+1$
④ $y=-2x-1$ ⑤ $y=-x+2$

해설

구하고자 하는 직선이 직선 $y=-2x+7$ 에 평행이므로,
기울기는 -2 이고, 점 $(-2,\ 3)$ 을 지나므로,
$y-3=-2(x+2)$, 즉 $y=-2x-1$

2. 점 $(x,\ y)$ 를 점 $(a,\ b)$ 에 대하여 대칭이동한 점을 구하면?

① $(a-x,\ b-y)$
② $(2a-x,\ 2b-y)$
③ $(3a-x,\ 3b-y)$
④ $(4a-x,\ 4b-y)$
⑤ $(5a-x,\ 5b-y)$

해설

점 (x, y) 를 점 (a, b) 에 대하여
대칭이동한 점을 (x', y') 이라고 하면
$\dfrac{x+x'}{2}=a,\ \ \dfrac{y+y'}{2}=b$ 이므로
$x'=2a-x,\ y'=2b-y$
$\therefore (x',\ y')=(2a-x,\ 2b-y)$

3. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

4. 점 A$(-2,\ 3)$ 에서 원 $x^2+y^2-2x+4y-4=0$에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

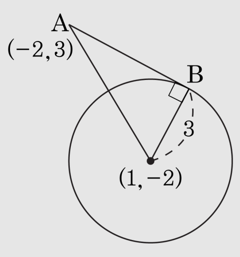
해설

$x^2+y^2-2x+4y-4=0$

$(x-1)^2+(y+2)^2=3^2$

원의 중심은 $(1,\ -2)$, 반지름은 3이므로

$\overline{AB} = \sqrt{(3^2+(-5)^2)-3^2} = 5$



5. 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 $(1,\ \sqrt{3})$ 에 접하는 접선의 방정식은?

① $x+\sqrt{2}y=4$　② $x+\sqrt{3}y=4$　③ $\sqrt{2}x+y=4$
④ $\sqrt{3}x+y=4$　⑤ $x-\sqrt{3}=4$

해설

$(1,\ \sqrt{3})$이 원 위의 점이므로
$1\cdot x+\sqrt{3}\cdot y=4$
$\therefore x+\sqrt{3}y=4$

6. 직선 $l_1 : y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 $l_2 : y = \frac{2}{b}x - \frac{1}{b}$ 과 수직이고 직선 $l_3 : y = -\frac{1}{b+1}x + \frac{1}{b+1}$ 과 평행하도록 하는 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 17

해설

두 직선 l_1 과 l_2 가 수직이므로 $-\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} = -1$

$\therefore\ ab = 2$

두 직선 l_1 과 l_3 가 평행하므로

$-\frac{1}{a} = -\frac{1}{b+1} \quad \therefore a - b = 1$

$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 1 + 2 \cdot 2 = 5$

7. 두 직선 $2x-3y+3=0$, $2x-3y-10=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$ ② 1 ③ $\sqrt{13}$
④ 13 ⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서
다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.
$2x-3y+3=0$ 위의 임의의 한 점 $(0,\ 1)$에서
직선 $2x-3y-10=0$에 이르는 거리는
$\frac{|-3-10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$

8. 원 $x^2+y^2=\frac{13}{4}$ 과 함수 $y=\frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 x 좌표를 a, b, c ,d 라 할 때, $4abcd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$y=\frac{3}{2x}$ 을 $x^2+y^2=\frac{13}{4}$ 에 대입하면

$x^2+\frac{9}{4x^2}=\frac{13}{4}$

$x\neq0$ 이므로 양변에 $4x^2$ 을 곱하고 정리하면

$4x^4-13x^2+9=(x^2-1)(4x^2-9)=0$

$\therefore\ x=\pm1,\ \pm\frac{3}{2}$

따라서 구하는 답은

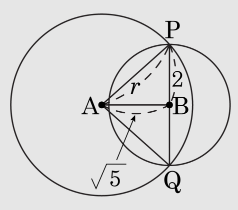
$4\times(-1)\times1\times\frac{3}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}\times4=9$

9. 두 원 $x^2+y^2=r^2$, $(x-2)^2+(y-1)^2=4$ 의 교점을 P, Q라할 때, 선분 PQ의 길이를 최대로 하는 양수 r 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A: x^2+y^2=r^2, B: (x-2)^2+(y-1)^2=4$
라고 하면
$\overline{\mathrm{PQ}}$가 원 B 의 지름일 때
$\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이는 최대가 된다.
$\therefore \quad r=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3$



10. $(x+3)^2+(y-2)^2=9$ 인 원을 x축 방향으로 a 만큼 y축 방향으로 b 만큼 평행이동하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

① $a^2+b^2=4$ ② $a^2+b^2=9$ ③ $a^2+b^2=16$
④ $a^2+b^2=25$ ⑤ $a^2+b^2=36$

해설

$(x+3)^2+(y-2)^2=9 \ \cdots$ ㉠
원 ㉠을 x 축의 방향으로 a 만큼,
y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
$\{(x-a)+3\}^2+\{(y-b)-2\}^2=9$
$\{x-(a-3)\}^2+\{y-(b+2)\}^2=9 \ \cdots$ ㉡
원 ㉠과 원 ㉡이 외접하므로 중심거리 d와 두 원 ㉠, ㉡의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
$\therefore \ d=\sqrt{(a-3+3)^2+(b+2-2)^2}$
$=\sqrt{a^2+b^2}=3+3=6$
$\therefore \ a^2+b^2=36$