

1. 점 $(-2, 3)$ 을 지나고 $y = -2x + 7$ 에 평행인 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하고자 하는 직선이 직선 $y = -2x + 7$ 에 평행이므로,
기울기는 -2 이고, 점 $(-2, 3)$ 을 지나므로,
 $y - 3 = -2(x + 2)$, 즉 $y = -2x - 1$

2. 점 (x, y) 를 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 점을 구하면?

① $(a - x, b - y)$

② $(2a - x, 2b - y)$

③ $(3a - x, 3b - y)$

④ $(4a - x, 4b - y)$

⑤ $(5a - x, 5b - y)$

해설

점 (x, y) 를 점 (a, b) 에 대하여
대칭이동한 점을 (x', y') 이라고 하면

$$\frac{x + x'}{2} = a, \quad \frac{y + y'}{2} = b \text{ 이므로}$$

$$x' = 2a - x, \quad y' = 2b - y$$

$$\therefore (x', y') = (2a - x, 2b - y)$$

3. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

4. 점 $A(-2, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

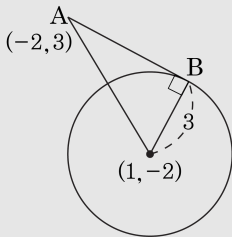
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 $(1, -2)$, 반지름은 3 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



5. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 $(1, \sqrt{3})$ 에 접하는 접선의 방정식은?

① $x + \sqrt{2}y = 4$

② $x + \sqrt{3}y = 4$

③ $\sqrt{2}x + y = 4$

④ $\sqrt{3}x + y = 4$

⑤ $x - \sqrt{3} = 4$

해설

$(1, \sqrt{3})$ 이 원 위의 점이므로

$$1 \cdot x + \sqrt{3} \cdot y = 4$$

$$\therefore x + \sqrt{3}y = 4$$

6. 직선 $l_1 : y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 $l_2 : y = \frac{2}{b}x - \frac{1}{b}$ 과 수직이고 직선 $l_3 : y = -\frac{1}{b+1}x + \frac{1}{b+1}$ 과 평행하도록 하는 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 17

해설

두 직선 l_1 과 l_2 가 수직이므로 $-\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} = -1$

$$\therefore ab = 2$$

두 직선 l_1 과 l_3 가 평행하므로

$$-\frac{1}{a} = -\frac{1}{b+1} \quad \therefore a - b = 1$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 1 + 2 \cdot 2 = 5$$

7. 두 직선 $2x - 3y + 3 = 0$, $2x - 3y - 10 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$

② 1

③ $\sqrt{13}$

④ 13

⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서 다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.

$2x - 3y + 3 = 0$ 위의 임의의 한 점 $(0, 1)$ 에서 직선 $2x - 3y - 10 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|-3 - 10|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

8. 원 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 함수 $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 x 좌표를 a, b, c, d 라 할 때, $4abcd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = \frac{3}{2x}$ 을 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 에 대입하면

$$x^2 + \frac{9}{4x^2} = \frac{13}{4}$$

$x \neq 0$ 이므로 양변에 $4x^2$ 을 곱하고 정리하면

$$4x^4 - 13x^2 + 9 = (x^2 - 1)(4x^2 - 9) = 0$$

$$\therefore x = \pm 1, \pm \frac{3}{2}$$

따라서 구하는 답은

$$4 \times (-1) \times 1 \times \frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} \times 4 = 9$$

9. 두 원 $x^2 + y^2 = r^2$, $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 의 교점을 P, Q라할 때, 선분 PQ의 길이를 최대로 하는 양수 r 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

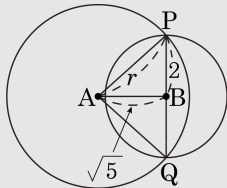
$$A : x^2 + y^2 = r^2, B : (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

라고 하면

$\overline{PQ}$ 가 원 B의 지름일 때

$\overline{PQ}$ 의 길이는 최대가 된다.

$$\therefore r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = 3$$



10. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

① $a^2 + b^2 = 4$

② $a^2 + b^2 = 9$

③ $a^2 + b^2 = 16$

④ $a^2 + b^2 = 25$

⑤ $a^2 + b^2 = 36$

해설

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9 \cdots \textcircled{㉠}$$

원 ㉠을 x 축의 방향으로 a 만큼,

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$\{(x-a)+3\}^2 + \{(y-b)-2\}^2 = 9$$

$$\{x-(a-3)\}^2 + \{y-(b+2)\}^2 = 9 \cdots \textcircled{㉡}$$

원 ㉠과 원 ㉡이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 ㉠, ㉡의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.

$$\therefore d = \sqrt{(a-3+3)^2 + (b+2-2)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} = 3 + 3 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 36$$