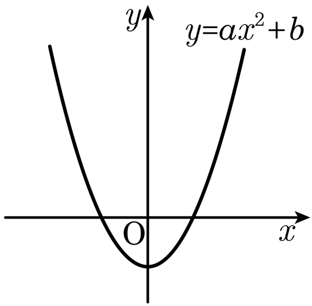
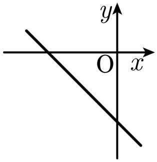
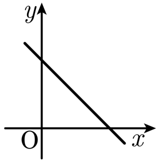
1. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + b$ 의 그래프는?



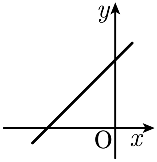
①



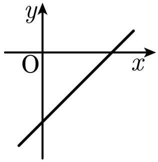
②



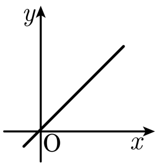
③



④



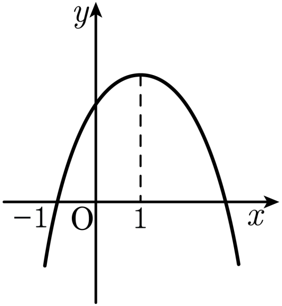
⑤



해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

2. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



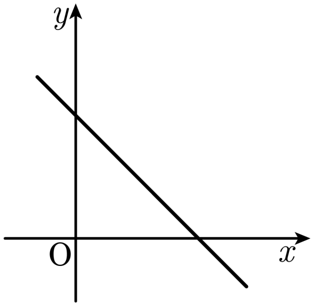
① $ab < 0$ ② $bc > 0$ ③ $ac > 0$

④ $abc < 0$ ⑤ $a + b + c > 0$

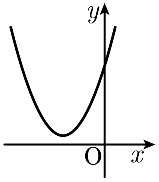
해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.
⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

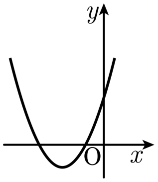
3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



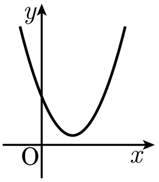
①



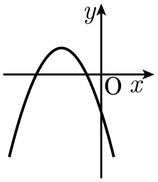
②



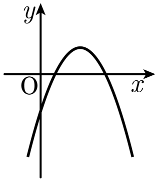
③



④

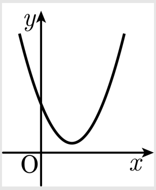


⑤



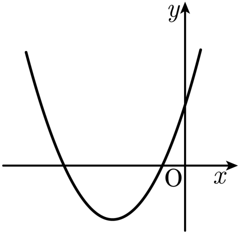
해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

4. $y = x^2 + ax - b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 일차함수 $y = bx + a$ 가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

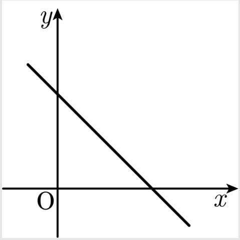
해설

y축을 기준으로 그래프의 축이 왼쪽에 있으므로, 일차함수의 계수 a는 이차항의 계수와 부호가 같다.

$\therefore a > 0$

그리고, 그래프가 y축과 만나는 점이 원점을 기준으로 x축보다 위에 있으므로

$-b > 0 \quad \therefore b < 0$



$y = bx + a$ 의 그래프는 $a > 0, b < 0$ 이므로 제 3 사분면은 지나지 않는다.

5. 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하였더니 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지났다. 다음 중 a 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $\frac{1}{2}$	㉡ $-\frac{1}{4}$	㉢ 2	㉣ -2	㉤ -3
㉥ $\frac{9}{5}$				

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

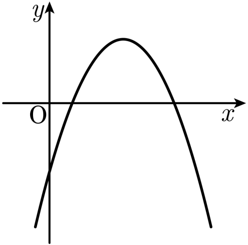
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$y=-2x^2$ 의 그래프는 제 3, 4 사분면만 지나므로 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지나려면 y 축의 윗방향으로 이동해야 한다. 따라서 $a>0$ 이 되어야 하므로 a 의 값이 될 수 없는 것은 $-\frac{1}{4}$, -2 , -3 이다.

6. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



① $ap + q < 0$ ② $aq - pq < 0$

③ $p^2 - q < 0$ ④ $a + pq > 0$

⑤ $a(p-q) > 0$

해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로

$a < 0,\ p > 0,\ q < 0$ 이다.

따라서 $ap + q < 0$ 이다.

7. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

① 0 의 제곱근은 1 개이다.

② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

③ 제곱근 a는 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

8. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\frac{\pi}{4}$는 유리수가 아니다.

㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.

㉢ $1-\sqrt{7}$, $\sqrt{121}$, $-\sqrt{15^2}$, π는 모두 무리수이다.

㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.

㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

㉡ 순환소수는 유리수이다.
㉢ $\sqrt{121}$, $-\sqrt{15^2}$는 유리수이다.
㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

9. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m, $-\sqrt{0.0144}$를 n이라고 할 때, $m\times 100n$의 값은? (단, $a>0$)

① $-12a$ ② $12a$ ③ $12a^2$

④ $-12a^2$ ⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2}=a\times\sqrt{a^2}=a\times a=a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore\ m=a$

$-\sqrt{0.0144}=-\sqrt{(0.12)^2}=-0.12=n$

$\therefore m\times 100n=a\times 100\times(-0.12)=-12a$

10. $\frac{\sqrt{4^2}}{2}=a,\ -\sqrt{(-6)^2}=b,\ \sqrt{(-2)^2}=c$라 할 때, $2a^2\times b^2-b\div c$ 의 값은?

① 282　　② 285　　③ 288　　④ 291　　⑤ 294

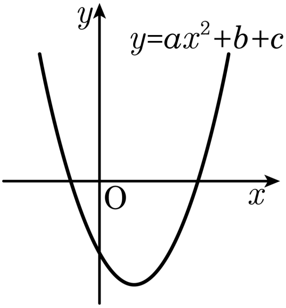
해설

$$a=\frac{\sqrt{4^2}}{2}=\frac{4}{2}=2,\ b=-\sqrt{(-6)^2}=-6,\ c=\sqrt{(-2)^2}=2$$

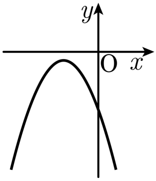
$$\therefore 2a^2\times b^2-b\div c=2\times4\times36-(-6)\times\frac{1}{2}$$

$$=288+3=291$$

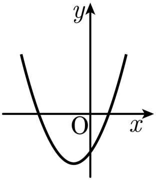
11. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



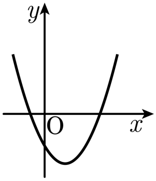
①



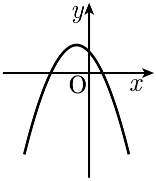
②



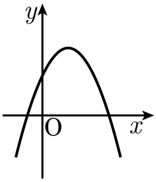
③



④



⑤



해설

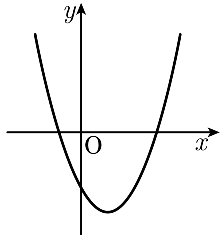
아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

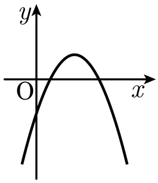
y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

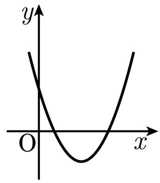
12. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



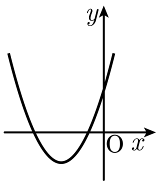
①



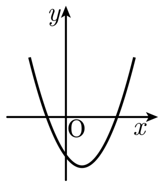
②



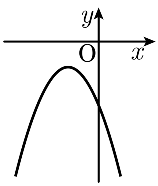
③



④



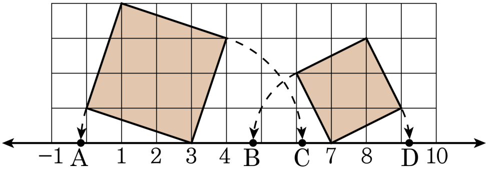
⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서, $b < 0$ 이다.
y 절편이 음수이므로 $-c < 0,\ c > 0$ 이다.
$y = cx^2 + bx + a$ 에서
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
따라서 구하는 그래프는 ②이다.

13. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a+b+c+d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
이므로 $a+b+c+d = 20$ 이다.

14. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$　② $-4\sqrt{2}$　③ 6

④ 0　⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3>2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}\\&=|3-2\sqrt{2}|-|2\sqrt{2}-3|\\&=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\\&=0\end{aligned}$$

15. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4\ ,\ b = 5 - \sqrt{2}\ ,\ c = \sqrt{17}$$

① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $c < a < b$

④ $b < c < a$ ⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$

(2) b 의 범위

$-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$

$5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$

$\therefore\ 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$

(3) c 의 범위

$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$

$\therefore\ 4 < \sqrt{17} < 5$

$\therefore\ b < a < c$

16. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \dfrac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12　② 13　③ 15　④ 16　⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \dfrac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \dfrac{2}{a} = 4$

$\therefore a^2 + \dfrac{4}{a^2} = \left(a + \dfrac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$

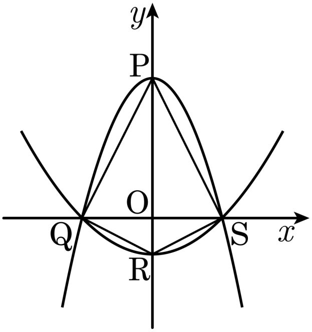
17. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$
$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$
따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

18. 함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $\mathrm{P}(0,4)$ 이고, 점 $\mathrm{R}(0,-1)$ 이다.
㉡ 점 $\mathrm{Q}(2,0)$ 이고, 점 $\mathrm{S}(-2,0)$ 이다.
㉢ $\overline{\mathrm{QS}}=8$ 이다.
㉣ $\triangle\mathrm{PRS}=5,\ \triangle\mathrm{QPR}=8$ 이다.
㉤ $\square\mathrm{PQRS}=12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-x^2+4$

함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-1$

$y=-x^2+4$ 에 $y=0$ 을 대입하면 점 $\mathrm{Q}(-2,0),\ \mathrm{S}(2,0)$ 이다.
$\overline{\mathrm{QS}}=4$
또, $\mathrm{P}(0,\ 4)$ 이고 $\mathrm{R}(0,\ -1)$
$\triangle\mathrm{PRS}=\triangle\mathrm{QPR}=5$
따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

19. 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5,-2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k,-3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

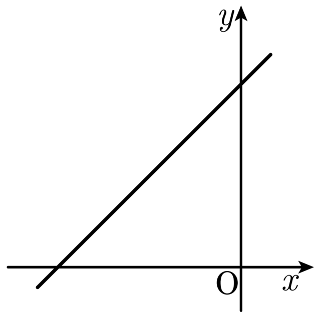
해설

$y=-3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5,-2)$가 되도록 평행이동하면 $y=-3(x-5)^2-2$ 이고

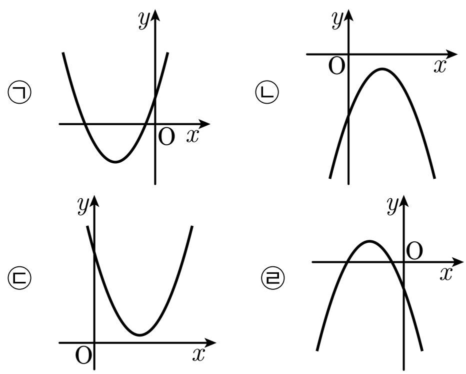
$y=-3(x-5)^2-2$ 가 점 $(k,-3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3=-3(k-5)^2-2$, $3k^2-30k+74=0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2-30k+74=0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

21. 이차함수 $y=-3x^2-6x+2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\dfrac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y=-3x^2-6x+2$ 의 식을 $y=a(x+p)^2+q$ 의 꼴로 바꾸면

$y=-3(x^2+2x+1-1)+2$

$y=-3(x+1)^2+5$ 이므로

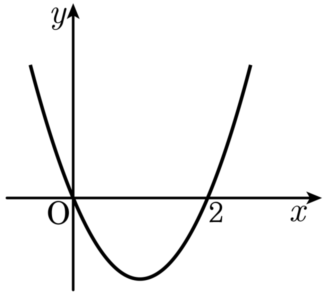
i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5)$ $\therefore a=-1, b=5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x=0$ 을 대입하면

$q=2$

따라서 $\dfrac{a+b}{q}=\dfrac{(-1)+5}{2}=\dfrac{4}{2}=2$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면
② 제 1, 3 사분면
③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2, 3, 4 사분면
⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

23. 일차함수 $y=2x+5$ 와 이차함수 $y=x^2+6x-7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y=x^2+6x-7$ 과 $y=2x+5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$2x+5=x^2+6x-7$

$x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$

$\therefore\ (-6,\ -7),\ (2,\ 9)$

$y=x^2+6x-7=(x+3)^2-16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3,\ -16)$ 이다.
교점 $(-6,\ -7)$, $(2,\ 9)$ 과 꼭짓점 $(-3,\ -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60 이다.

24. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 (x<0) \\ 3x^2 (x\ge 0)\end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A$(2,0)$ 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$

④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $\mathrm{P}(a,b)$ 라고 하면 $b>0$ 이므로 ($\triangle$POA의 넓이) $=\frac{1}{2}\times 2\times b=$ 24 이다.

따라서 $b=24$ 이다.

$\mathrm{P}(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면

(i) $a<0$ 일 때

$y=x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면

$24=a^2,\ a=-2\sqrt{6}$

(ii) $a\ge 0$ 일 때

$y=3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면

$24=3a^2,\ a=2\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 $\mathrm{P}(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $\mathrm{P}(2\sqrt{2},24)$ 이다.

따라서 점 P 의 x좌표들의 곱은

$-2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=-8\sqrt{3}$ 이다.

25. 자연수 a, b에 대해서 $\sqrt{49-a}+\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$의 최댓값을 구하여라.

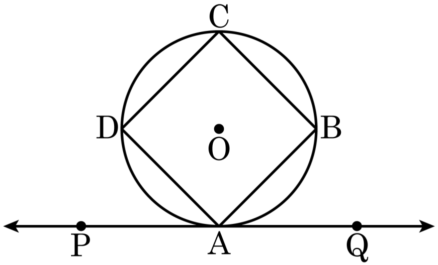
▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a}+\sqrt{196+b}$이 자연수가 되려면 $49-a$, $196+b$가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.
또한 $10a-b$가 최댓값이 되려면 a는 최댓값, b는 최솟값이어야 한다.
$\sqrt{49-a}$가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a의 최댓값은 $a=49$이다.
$\sqrt{196+b}$가 자연수가 되는 b의 최솟값은 $b=29$이다.
따라서 $10a+b=490+29=519$이다.

26. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD와 선분 DB를 지름으로 하는 원 O에서 $\overline{AD} = \overline{PA}$, $\overline{AB} = \overline{AQ}$이고 원 O의 넓이는 18π일 때, $\overline{PQ}$를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12π

해설

□ABCD 의 대각선의 길이는 원의 지름에 해당하고 원의 넓이가 18π 이므로

대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$이다.

따라서 □ABCD 의 한 변의 길이는 6이 되고 선분 PQ의 길이는 12가 된다.

따라서 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이는

$12 \times \pi = 12\pi$이다.

27. $ab+bc+ca=a^2+b^2+c$일 때, $\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}$의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 3

해설

$ab+bc+ca=a^2+b^2+c^2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

이때 $a,\ b,\ c$ 는 실수이므로

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ \frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}=3$

28. a 는 이차방정식 $2x^2 - 8x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 6x - 5 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 2b^2 - 4a + 12b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

$2x^2 - 8x - 7 = 0$ 의 한 근이 a 이므로 x 에 a 를 대입하면 $2a^2 - 8a - 7 = 0,\ a^2 - 4a = \frac{7}{2} \cdots$ ㉠

$x^2 + 6x - 5 = 0$ 의 한 근이 b 이므로 x 에 b 를 대입하면 $b^2 + 6b - 5 = 0,\ b^2 + 6b = 5 \cdots$ ㉡

주어진 식을 변형하면

$$\begin{aligned} a^2 + 2b^2 - 4a + 12b &= a^2 - 4a + 2b^2 + 12b \\ &= (a^2 - 4a) + 2(b^2 + 6b) \\ &= \frac{27}{2} \end{aligned}$$ 이다.

29. 이차방정식 $2x^2 - 6x + (1 + a) = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

x 는 정수이므로 주어진 이차방정식은 실근을 가져야 한다.

$\dfrac{D}{4} = (-3)^2 - 2(1 + a) \geq 0,\ 9 - 2 - 2a \geq 0,\ 7 - 2a \geq 0$

$\therefore\ a \leq \dfrac{7}{2}$

a 는 자연수이므로 1, 2, 3 중 하나이다.

(1) $a = 1$ 일 때, $2x^2 - 6x + 2 = 0$ 근이 정수가 되지 않으므로 부적합하다.

(2) $a = 2$ 일 때, $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 근이 정수가 되지 않으므로 부적합하다.

(3) $a = 3$ 일 때, $2x^2 - 6x + 4 = 0,\ x^2 - 3x + 2 = 0,\ (x - 1)(x - 2) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서 (1), (2), (3) 에서 구하는 a 의 값은 3 이다.

30. 이차방정식 $\frac{a-2}{4}x^2+ax+2a+1=0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 정수 a의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{a-2}{4}x^2+ax+2a+1=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$D=a^2-4\left(\frac{a-2}{4}\right)(2a+1)>0$

$a^2-3a-2<0$

$\therefore \frac{3-\sqrt{17}}{2}<a<\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ (단, $a\neq 2$)

$\therefore \frac{3-\sqrt{17}}{2}<a<2$ 또는 $2<a<\frac{3+\sqrt{17}}{2}$

따라서 $a=0,\ 1,\ 3$ 이므로 합은 4 이다.

31. $a\%$ 의 소금물 100g 에서 소금물 $(a+2)$g 을 퍼낸 다음 퍼낸 만큼의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 52.4% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : ______ g

▷ 정답 : 32 g

해설

처음 소금의 양 : $\frac{a}{100} \times 100 = a\,(\mathrm{g})$

퍼낸 소금물 $a+2g$ 속의 소금의 양 :

$(a+2)\frac{a}{100} = \frac{a^2+2a}{100}\,(\mathrm{g})$

$a - \frac{a^2+2a}{100} + (a+2) = \frac{52.4}{100} \times 100$

$-\left(a^2+2a\right) + 200a + 200 - 5240 = 0$

$-a^2 + 198a - 5040 = 0$

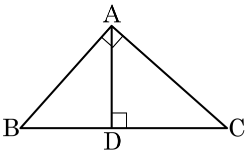
$a^2 - 198a + 5040 = 0$

$(a-30)(a-168) = 0$

a 는 100 보다 작아야 하므로 $a = 30$

따라서 퍼낸 소금물의 양은 $a+2 = 32\,(\mathrm{g})$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 90°$, $\angle ADC = 90°$ 이다. 선분 AD 의 길이는 6 cm, 선분 BD 의 길이는 4 cm 이고, 선분 AB 의 길이와 선분 DC 의 길이는 같다고 한다. 선분 AC 의 길이가 선분 DC 의 길이보다 1 cm 더 길 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = x$ cm라고 하면 $\overline{AC} = x + 1$

$\frac{1}{2}x(x+1) = \frac{1}{2} \times 6(x+4)$

$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 = 0$

$x^2 - 5x - 24 = 0$

$(x-8)(x+3) = 0$

$x = 8 \ (\because \ x > 0)$

33. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 1)$ ② $(3,\ 5)$ ③ $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$

④ $(2,\ 5)$ ⑤ $\left(-1,\ \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로 $3 = \frac{1}{2}(-1+2)^2 + b$, $\therefore b = \frac{5}{2}$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$ 이다.

34. $f(2)=16$, $f(x)=f(x^4)\cdot(-x^2+2x+4)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-16)=\dfrac{a}{b}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$f(x)=f(x^4)\cdot(-x^2+2x+4)$ 에서 $x=2$ 를 대입하면 $f(2)=f(16)\times 4$

$\therefore\ f(16)=4$

$f(x)=f(x^4)\cdot(-x^2+2x+4)$ 에서

$f(x^4)=\dfrac{f(x)}{(-x^2+2x+4)}$ 이고

$f(x^4)\cdot(-x^2-2x+4)=f(-x)$ 이므로

$$\begin{aligned} f(-x) &= f(x^4)\cdot(-x^2-2x+4) \\ &= \frac{f(x)}{(-x^2+2x+4)}\cdot(-x^2-2x+4) \end{aligned}$$

이 식에 $x=16$ 을 대입하면

$f(-16)=\dfrac{4}{(-284)}\times(-220)=\dfrac{220}{71}$ 이다.

$a=220,\ b=71$

따라서 $a-b=149$ 이다.

35. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x값이 증가하면 y값도 증가한다.

② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$는 $x = b$를 축으로 하고 점 $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$의 값이 같으면 폭도 같다.

⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x값이 증가하면 y값도 증가한다.
② $x = 0$(y축)을 축으로 하고, $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 한다.
③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.
④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$의 값이 같으면 폭도 같다.
⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a가 커지면 $|a|$이 작아지므로 폭은 넓어진다.