

1. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

2. $5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 이 된다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (2 \times 5) = 2^5 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $a + b - c = 5 + 3 - 2 = 6$ 이다.

3. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

① 144

② 216

③ 72

④ 96

⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^2$

④ $2^5 \times 3$

⑤ 2×7^2

4. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여 $P(P(630))$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$P(630) = (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 24 ,$$

$$24 = 2^3 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$P(P(630)) = P(24) = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$$

5. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a + b + c + d$ 의 값은?

① 27

② 16

③ 29

④ 18

⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3$, $b = 3$, $c = 5$,

약수의 개수 $d = (3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16$

$\therefore a + b + c + d = 27$

6. 다음 중 서로소인 것은?

① (3, 15)

② (22, 13)

③ (100, 45)

④ (6, 9)

⑤ (10, 12)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (22, 13)이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례: 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

8. 어떤 학교에 남자 260 명, 여자 273 명의 신입생이 들어왔다고 한다. 반별 인원수가 같고 각 반에 속한 남녀의 비가 같도록 반을 나누려고 할 때, 최대 몇 반까지 나오는가?

① 14반

② 13반

③ 12반

④ 11반

⑤ 10반

해설

잘 수 있는 반의 수를 x 라 할 때,

$$260 = x \times \square, 273 = x \times \triangle$$

x 는 260 과 273 의 최대공약수

$$260 = 2^2 \times 5 \times 13, 273 = 3 \times 7 \times 13$$

$$\therefore x = 13$$

9. 두 자리 자연수 n 과 60 의 최대공약수가 12 , $n + 42$ 가 15 의 배수일 때, n 과 60 의 최소공배수를 a 라고 한다. $a + n$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 288

해설

$$n = 12 \times a ,$$

$n + 42 = 12 \times a + 42 = 15 \times b$ 를 만족하는 $12 \times a + 42$ 는 90 이고 이때 n 은 48 이다.

48 와 60 의 최소공배수는 240 이므로,

$$\therefore a + n = 240 + 48 = 288$$

10. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a - 2b| = 4$, $|a| = |b|$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

▷ 정답 : 4 또는 $+4$

해설

$|a| = |b|$ 이므로, $b = a$ 일 때와 $b = -a$ 일 때를 나누어 구해 본다.

1) $b = a$ 일 때,

$$|a - 2b| = 4, \quad |-a| = 4$$

따라서 $a = -4, 4$ 이다.

2) $b = -a$ 일 때,

$$|a - 2b| = 4, \quad |3a| = 4$$

따라서 정수가 되는 a 의 값이 없다.

$$\therefore a = -4, 4$$

11. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{36}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{25}{36}$

⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.

(1) $a > 0, b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3} \right) \right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(2) $a < 0, b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(1), (2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$

12. $|a + 3| = 5$, $|b - 1| = 3$ 일 때, $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M + m + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$|a + 3| = 5 \text{ 이므로 } a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2, -8$$

$$|b - 1| = 3 \text{ 이므로 } b - 1 = +3 \text{ 또는 } b - 1 = -3$$

$$\therefore b = 4 \text{ 또는 } b = -2$$

$$\text{따라서 } a - b \text{의 최댓값은 } M = 2 - (-2) = 4$$

$$a - b \text{의 최솟값은 } m = -8 - 4 = -12$$

$$\therefore M + m + 6 = 4 + (-12) + 6 = -2$$

13. $\frac{7}{3}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -3, \frac{5}{3}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는?

① $\frac{245}{2}$

② $\frac{133}{6}$

③ $\frac{51}{4}$

④ $\frac{33}{4}$

⑤ $-\frac{7}{6}$

해설

곱해서 가장 큰 수 $(-3) \times \frac{7}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{21}{2}$

가장 작은 수 $(-3) \times \frac{7}{3} \times \frac{5}{3} = -\frac{35}{3}$

두 수의 차는 $\frac{21}{2} - \left(-\frac{35}{3}\right) = \frac{63}{6} + \frac{70}{6} = \frac{133}{6}$

14. 다음을 계산하여라.

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{50}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{49}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ \left(1 + \frac{1}{48}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{50}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{51}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{50}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{49}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ & \left(1 + \frac{1}{48}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{50}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{49}{50}\right) \times \left(\frac{51}{50} \times \frac{50}{49} \times \frac{49}{48} \times \cdots \times \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{50} \times \frac{51}{2} \\ &= \frac{51}{100} \end{aligned}$$

15. A, B, C 는 모두 정수이고, $A \times B \times C = -30$, $A < B < C$ 이다. A 의 절댓값이 3 일 때, C 의 값이 될 수 있는 것을 모두 더하면 얼마인가?

① 5

② 8

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$A = 3$ 이면 $0 < A < B < C$, $A \times B \times C > 0$ 이므로 문제의 조건에 어긋난다.

따라서 $A = -3$, $B \times C = 10$

$A < B < C$ 이므로 $B = 1$ 일 때 $C = 10$, $B = 2$ 일 때 $C = 5$

$\therefore 10 + 5 = 15$

16. 다음 조건을 모두 만족하는 정수 A, B 에 대하여 $2A + B$ 의 값은 얼마인가?(여기서 어떤 정수 a 에 대하여 $|a|$ 는 a 의 절댓값을 나타낸다.)

(가) $A + B = -14$

(나) $A \times B > 0$

(다) $|A| - |B| = 2$

① -20

② -21

③ -22

④ -23

⑤ -24

해설

$A + B = -14 < 0$, $A \times B > 0$ 이므로 $A < 0$, $B < 0$,

$A + B = -14$, $|A| - |B| = 2$ 가 되는 두 수는 $A = -8$, $B = -6$

$\therefore 2A + B = -22$

17. 기호 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 말한다. 기약분수 $\frac{k}{9}$ 에 대하여 $[\frac{k}{9} - 1] = 2$ 를 만족하는 k 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 31

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 34

▷ 정답 : 35

해설

$[\frac{k}{9} - 1] = 2$ 이므로 $2 \leq \frac{k}{9} - 1 < 3$ 이고, $3 \leq \frac{k}{9} < 4$ 이다.

$27 \leq k < 36$ 에서 9 와 서로소인 k 를 찾으면 된다.

$\therefore k = 28, 29, 31, 32, 34, 35$

18. $\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{21 \times 23 \times 25}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{143}{1725}$

해설

$$\frac{1}{A \times B \times C} = \frac{1}{C - A} \left(\frac{1}{A \times B} - \frac{1}{B \times C} \right) \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{21 \times 23 \times 25} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right) + \\ & \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} \right) + \cdots + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{21 \times 23} - \frac{1}{23 \times 25} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{575} \right) \\ &= \frac{143}{1725} \end{aligned}$$

19. m 은 0 이 아닌 짝수, n 은 0 이 아닌 홀수일 때 $(-1)^m + (-1)^{-2n} - (-1)^{2m-n} + (-1)^{m+4n}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2n$ 은 짝수, $2m - n$ 은 홀수, $m + 4n$ 은 짝수이므로,

$$(-1)^m + (-1)^{-2n} - (-1)^{2m-n} + (-1)^{m+4n} = 1 + 1 - (-1) + 1 = 4$$

20. $\frac{83}{13} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{2}}}}$ 일 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라. (단,

a, b, c, d 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 또는 +8

해설

$$\frac{83}{13} = 6 + \frac{5}{13}, \frac{5}{13} = \frac{1}{\frac{13}{5}} = \frac{1}{2 + \frac{3}{5}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}, \frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{83}{13} = 6 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

따라서 $a = 6, b = 2, c = 1, d = 1$ 이므로 $a + b + c - d = 6 + 2 + 1 - 1 = 8$

21. 방정식 $2|x-2| = \frac{2}{3}(12x+6) + x-2$ 의 해를 구하면?

① $\frac{1}{11}$

② $\frac{2}{11}$

③ $\frac{3}{11}$

④ $\frac{4}{11}$

⑤ $\frac{5}{11}$

해설

(i) $x < 2$ 일 때,

$$-2(x-2) = 8x+4+x-2$$

$$-2x-9x = -2$$

$$-11x = -2$$

$$x = \frac{2}{11}$$

$$x = \frac{2}{11} < 2 \text{ 이므로 조건에 적합}$$

(ii) $x \geq 2$ 일 때,

$$2(x-2) = 8x+4+x-2$$

$$2x-9x = 6$$

$$-7x = 6$$

$$x = -\frac{6}{7}$$

$$x = -\frac{6}{7} < 2 \text{ 이므로 조건에 맞지 않는다.}$$

$$\therefore x = \frac{2}{11}$$

22. x 에 관한 일차방정식 $\frac{3x-a}{2} = 0.8 - 0.1x$ 의 해가 음수가 되도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 식의 양변에 10을 곱하면 $15x - 5a = 8 - x$

$$16x = 8 + 5a$$

$$x = \frac{8 + 5a}{16}$$

$$\frac{8 + 5a}{16} < 0 \text{ 이므로 } 8 + 5a < 0$$

$$8 + 5 \times (-1) = 3$$

$$8 + 5 \times (-2) = -2$$

따라서 a 의 최댓값은 -2이다.

23. $a : b : c = 1 : 2 : 5$ 일 때, x 에 관한 일차방정식 $(3a - 4b)x - \frac{b}{2} + c = (b - c)x - 3a$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{7}{2}$

해설

a, b, c 를 각각 $k, 2k, 5k (k \neq 0)$ 라고 하면

$$(3k - 8k)x - \frac{2k}{2} + 5k = (2k - 5k)x - 3k$$

$$-5kx + 4k = -3kx - 3k$$

$$-2kx = -7k$$

$$\therefore x = \frac{7}{2}$$

24. 방정식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = x - 3$ 일 때, $\frac{2}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x-3 = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x+1$$

이다.

따라서 $x = 2$ 이다.

$$\therefore \frac{2}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{2}{1 - \frac{1}{\frac{1}{2}}} = -2$$

25. $2\left(x - \frac{y}{4} + 3\right) + 2y + 6 = 8x$ 일 때, $4x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2\left(x - \frac{y}{4} + 3\right) + 2y + 6 = 8x$$

$$2x - \frac{y}{2} + 6 + 2y + 6 = 8x$$

$$12x - 3y = 24$$

$$\therefore 4x - y = 8$$

26. x 에 관한 일차방정식 $\frac{1}{5}(x-2a) = 0.1(-3x-2)$ 의 해는 $x=5$ 인데
-2를 잘못 보고 풀어서 $x=2$ 가 되었다. -2를 얼마로 잘못 보고
풀었는지 구하면?

① -10

② -12

③ -14

④ -16

⑤ -17

해설

주어진 방정식에 10을 곱하여 정리하면

$$2(x-2a) = (-3x-2)$$

$x=5$ 를 대입하면

$$10-4a = -15-2$$

$$\therefore a = \frac{27}{4}$$

$$\therefore 2\left(x - \frac{27}{2}\right) = (-3x-2)$$

-2를 잘못 보았으므로 $-2=b$ 라고 하면

$$2\left(x - \frac{27}{2}\right) = (-3x+b)$$

$x=2$ 를 대입하면

$$4-27 = -6+b$$

$$b = -17$$

따라서 -2를 -17로 잘못 보았다.

27. 다음 x 에 관한 두 방정식의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$2(x - 5) = -13 - 3(4 + x)$$

$$5x - (x + 1) = a - x$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

먼저 $2(x - 5) = -13 - 3(4 + x)$ 의 해를 구하면

$$2(x - 5) = -13 - 3(4 + x)$$

$$2x - 10 = -13 - 12 - 3x$$

$$5x = -15$$

$$x = -3$$

두 방정식의 해가 같다고 했으므로 $5x - (x + 1) = a - x$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$5 \times (-3) - (-3 + 1) = a - (-3)$$

$$-15 + 2 = a + 3$$

$$\therefore a = -16$$

28. 두 일차방정식 $\frac{x+4}{3} = \frac{x+a}{2}$, $0.2x + 0.6 = b - 0.3x$ 의 해가 $x = 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1.2

② 2.4

③ 3.6

④ 4.8

⑤ 6

해설

$x = 2$ 를 $\frac{x+4}{3} = \frac{x+a}{2}$ 에 대입하면

$$\frac{2+4}{3} = \frac{2+a}{2}$$

$$\frac{6}{3} = \frac{2+a}{2}$$

양변에 2를 곱하면 $4 = 2 + a$

$$\therefore a = 2$$

$x = 2$ 를 $0.2x + 0.6 = b - 0.3x$ 에 대입하면

$$0.2 \times 2 + 0.6 = b - 0.3 \times 2$$

$$0.4 + 0.6 = b - 0.6$$

양변에 10을 곱하면

$$4 + 6 = 10b - 6$$

$$10 + 6 = 10b$$

$$16 = 10b$$

$$\therefore b = 1.6$$

따라서 $a + b = 2 + 1.6 = 3.6$ 이다.

29. 항상 같은 시각에 A 지점에서 출발하여 B 지점에서 사람들을 태우고 다시 A 지점으로 이동하는 셔틀버스가 있다. 그런데 오늘 P 지점에서 사고가 나서 B 지점과 P 지점 사이의 교통이 통제되었다. 근영이는 A 지점에서 평소보다 일찍 출발하여 2m/s 의 속력으로 35분을 걸어서 P 지점에 도착한 후, 5분을 기다리다가, 평소와 같은 시각에 출발한 버스를 타고 B 지점에 평소보다 10분 일찍 도착했다. 셔틀버스가 일정한 속력으로 운행된다고 할 때, 셔틀버스의 속력을 구하여라.

▶ 답 : m/s

▷ 정답 : 1.4m/s

해설

근영이가 2m/s 의 속력으로 35분을 걸어서 P 지점에 도착했으므로, A 지점에서 P 지점까지의 거리는 $2 \times 60 \times 35 = 4200$ (m)이다.

A에서 B까지의 거리를 x (m), 셔틀버스의 속력을 y (m/s)라 두면,

$$35 \times 60 + 5 \times 60 + \frac{x - 4200}{y} + 10 \times 60 = \frac{x}{y}$$

$3000y + x - 4200 = x$ 이고, $y = 1.4$ 이다.

따라서 셔틀버스의 속력은 1.4 (m/s)이다.

30. 임의의 점 P_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 , 점 P_2 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P_3 , 점 P_3 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 $P_4, \dots$ 라 하며, 이 과정을 반복하여 시행한다. 점 $P_1(3, -5)$ 가 주어졌을 때, 점 P_{58} 의 좌표를 $P_{58}(a, b)$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$P_1(3, 5)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P_2 는 $(3, 5)$

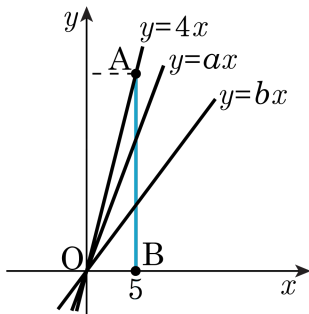
또, 이 점을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P_3 는 $(5, 3)$

y 축에 대하여 대칭이동한 점 P_4 는 $(-5, 3)$

같은 방법으로 계속하면 $P_5(-5, -3), P_6, P_7 \dots$ 이 되고, $P_1 = P_7$ 이 되므로 여섯 번 이동하면 처음과 같아진다.

따라서 $P_{58} = P_6 \times 9 + 4 = P_4$ 이므로 $(-5, 3)$ 이고, $b - a = 3 - (-5) = 8$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5,0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $\left(5, \frac{20}{3}\right), \left(5, \frac{40}{3}\right)$ 이므로

$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

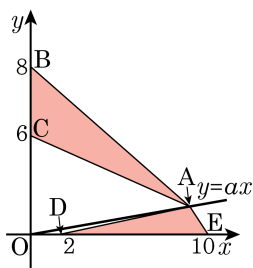
$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

32. 다음 그림에서 직선 $y = ax$ ($a > 0$) 는 원점과 원점이 아닌 점 A 를 지나는 직선이다. 삼각형 ABC 와 삼각형 ADE 의 넓이의 비가 3 : 1 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{12}$
④ $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{6}$
⑤ $\frac{5}{12}$

③ $\frac{1}{4}$



해설

점 A 의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (8 - 6) \times x = x$$

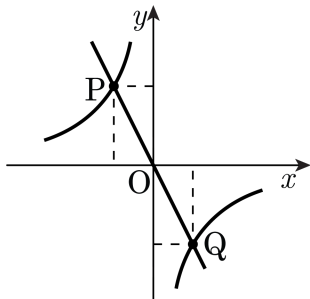
$$(\triangle ADE \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 - 2) \times y = 4y$$

$$x : 4y = 3 : 1$$

$$12y = x, \quad y = \frac{1}{12}x$$

$$\therefore a = \frac{1}{12}$$

33. 다음 그림과 같이 $y = -\frac{8}{x}$ 과 $y = -2x$ 가 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에서 만난다. 이 때, $ac - bd$ 의 값은?



① -16

② -20

③ 0

④ 10

⑤ 12

해설

교점의 y 좌표가 같으므로

$$-2x = -\frac{8}{x}, 2x^2 = 8$$

$$\therefore x^2 = 4$$

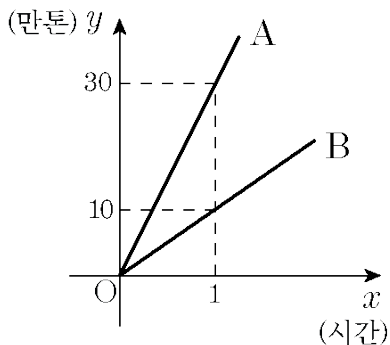
$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore ac = -4$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = 4 \text{ 이므로 } bd = -16$$

$$\text{따라서 } ac - bd = (-4) - (-16) = 12 \text{ 이다.}$$

34. A, B 두 개의 수문이 있는 댐이 있다. 다음 그래프는 A, B 두 수문을 각각 열 때 흘러나가는 물의 양을 시간에 따라 나타낸 것이다. A, B 두 수문을 동시에 열어 120만 톤의 물을 흘러보내는 데 걸리는 시간은?



- ① 2 시간 ② 2.5 시간 ③ 3 시간
④ 3.5 시간 ⑤ 4 시간

해설

x 시간 동안 흘러나가는 물의 양을 y 만 톤이라 하고 A, B 두 그래프의 관계식을 각각 $y = ax, y = bx$ 라 하면 A 그래프는 점 $(1, 30)$ 을 지나므로

$$30 = a$$

$$\therefore y = 30x$$

B 그래프는 점 $(1, 10)$ 을 지나므로

$$10 = b$$

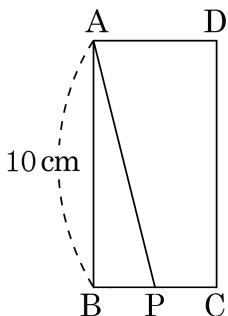
$$\therefore y = 10x$$

따라서 A, B 두 수문을 동시에 열었을 때, x 시간 동안 흘러나가는 물의 양은 $(30x + 10x)$ 만톤이므로 120만 톤의 물을 흘러 보내는 데 걸리는 시간은 $30x + 10x = 120$

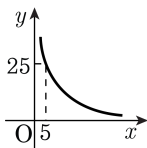
$$40x = 120$$

$$\therefore x = 3 (\text{시간})$$

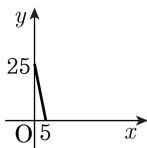
35. 다음 그림의 사각형 ABCD는 세로의 길이가 10 cm, 가로 길이가 5 cm인 직사각형이다. 점 P가 B에서 출발하여 변 BC 위에 C를 향하여 움직이며, P가 x cm 나아갔을 때의 삼각형 ABP의 넓이를 y cm²라 하자. x, y 사이의 관계식에 대한 그래프는?



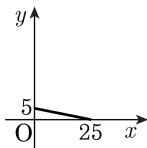
①



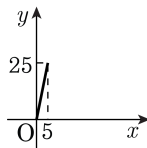
②



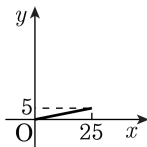
③



④



⑤



해설

$$\triangle ABP \text{의 넓이} : y = \frac{1}{2} \times x \times 10 = 5x$$

x 는 점 B를 출발해서 C까지 움직이므로 $\{0 \leq x \leq 5\}$ 이다.
따라서 넓이는 $\{0 \leq y \leq 25\}$ 이다.