

1. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록 a 의 값을 정하면?

① 4

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 16

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$$

여기서, $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = X(X + 8) + a$$

$$= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$$

따라서 $a = 16$

2. $a + b + c = 7$, $a^2 + b^2 + c^2 = 21$, $abc = 8$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① 26

② 48

③ 84

④ 96

⑤ 112

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$49 = 21 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 14$$

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= (14)^2 - 2(8 \times 7)$$

$$= 84$$

3. 두 다항식 $2x^2 + px + q$, $4x^2 + rx + s$ 의 최대공약수가 $2x + 1$ 이고 곱이 $8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15$ 일 때, $p + q + r + s$ 의 합은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

두 다항식을 $A = aG$, $B = bG$ (a , b 는 서로소)라고 하면
 $AB = abG^2$ 이므로

$$8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15 = ab(2x + 1)^2$$

$$\therefore 8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 (8x^2 - 4x - 60)$$

$$= (2x + 1)^2 (2x^2 - x - 15)$$

$$= (2x + 1)^2 (x - 3)(2x + 5)$$

$$\therefore 2x^2 + px + q = (2x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 5x - 3,$$

$$4x^2 + rx + s = (2x + 1)(2x + 5) = 4x^2 + 12x + 5 \text{ 이므로}$$

$$p = -5, q = -3, r = 12, s = 5$$

$$\therefore p + q + r + s = 9$$

4. x 의 이차방정식 $x^2 - 3px + 4q - 2 = 0$ 의 두 실근의 비가 1 : 2가 되도록 하는 실수 p, q 에 대하여 q 의 값의 범위는? (단, $p \neq 0$)

① $q \geq -\frac{1}{3}$
④ $q > -\frac{1}{2}$

② $q > \frac{1}{2}$
⑤ $q \geq \frac{2}{3}$

③ $q \geq \frac{1}{2}$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 라 하면

$$\alpha + 2\alpha = 3p \quad \therefore \alpha = p$$

$$\alpha \cdot 2\alpha = 4q - 2 \quad \therefore \alpha^2 = 2q - 1$$

$$\text{따라서 } p^2 = 2q - 1$$

$$\text{한편 } D > 0 \text{에서 } 9p^2 - 4(4q - 2) > 0$$

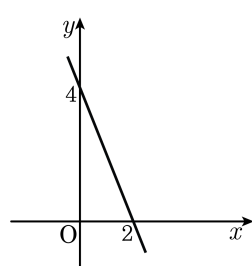
$$9(2q - 1) - 16q + 8 > 0$$

$$2q - 1 > 0$$

$$\therefore q > \frac{1}{2}$$

5. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8
④ -8 ⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

7. 어떤 수공예 업자가 만든 수공예품의 원가는 15000 원이다. 시장 조사를 하더니 정가를 25000 원으로 하면 하루에 200 개를 팔 수 있고, 500원씩 정가를 내릴 때마다 20개씩 더 팔 수 있다고 한다. 최대 이윤을 얻으려면 정가를 얼마로 해야 하는가?
- ① 22500 원 ② 23000 원 ③ 23500 원
④ 24000 원 ⑤ 24500 원

해설

한 개의 이윤을 x 원이라 하면

팔리는 제품의 개수는

$$200 + \frac{10000 - x}{500} \times 20 = 600 - \frac{x}{25}$$

총 이윤을 p 라 하면

$$p = x \left(600 - \frac{x}{25} \right) = -\frac{x^2}{25} + 600x$$

$$= -\frac{1}{25}(x^2 - 15000x)$$

$$= -\frac{1}{25}(x - 7500)^2 + 2250000$$

따라서 한 개의 이윤이 7500 원일 때,

최대 이윤을 얻을 수 있으므로 정가는

$$15000 + 7500 = 22500(\text{원})$$

8. 연립방정식 $x+y+z = -\frac{1}{2}$, $xy+yz+zx = -\frac{5}{2}$, $xyz = -1$ 을 만족시키는
해의 쌍 (x,y,z) 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

근과 계수와의 관계에서
 x, y, z 를 세 근으로 하는
삼차방정식을 만들면

$$t^3 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(2t-1)(t+2) = 0$$

$$\therefore (x,y,z) =$$

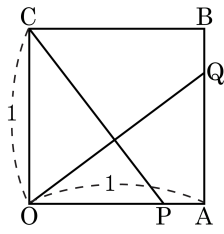
$$\left(1, \frac{1}{2}, -2\right), \left(1, -2, \frac{1}{2}\right),$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1, -2\right), \left(\frac{1}{2}, -2, 1\right),$$

$$\left(-2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$$

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC의 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{AB}$ 위에 각각 점 P, Q를 $\overline{OP} = \overline{AQ}$ 가 되도록 잡을때, $(\overline{CP}$ 의 기울기) $\times$ $(\overline{OQ}$ 의 기울기)를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ 2



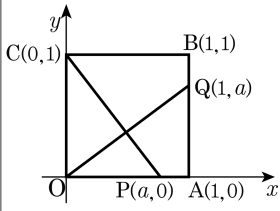
해설

정사각형 OABC에 다음 그림과 같이 좌표축을 잡으면 $(\overline{CP}$ 의 기울기) $= \frac{-1}{a}$,

$(\overline{OQ}$ 의 기울기) $= \frac{a}{1}$

따라서, 두 직선의 기울기의 곱은

$$\left(\frac{-1}{a}\right) \times \left(\frac{a}{1}\right) = -1$$

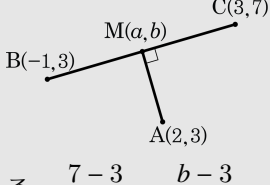


10. 점 A(2, 3)에서 두 점 B(-1, 3), C(3, 7) 을 이은 선분 BC 에 내린 수선의 발을 M(a, b) 라 할 때, 4ab 의 값은?

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

해설

$\overline{BC} \perp \overline{AM}$ 이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.



$\therefore, \frac{7-3}{3-(-1)} \times \frac{b-3}{a-2} = -1$

$b-3 = -(a-2), \quad \therefore a+b=5 \cdots \textcircled{㉠}$

한편, 직선 BC 의 방정식은

$$y-3 = \frac{7-3}{3-(-1)}(x+1)$$

$\therefore y = x+4$

이 때, 점 M 이 $\overline{BC}$ 위의 점이므로

$$b = a+4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{9}{2}$

$\therefore 4ab = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = 9$

11. 두 정점 $A(-\sqrt{2}, 0)$, $B(\sqrt{2}, 0)$ 가 있다. 조건 $2\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 9$ 를 만족시키는 점 $P(x, y)$ 의 자취는 원이다. 이 원의 반지름은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$2\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 9$$

$$2\{(x + \sqrt{2})^2 + y^2\} - \{(x - \sqrt{2})^2 + y^2\} = 9$$

이것을 정리하면, $(x + 3\sqrt{2})^2 + y^2 = 25$

점 P 의 자취는 점 $(-3\sqrt{2}, 0)$ 을 중심으로 하고, 반지름이 5 인 원이다.

12. 집합 $A = \{x \mid 15 < x < 30, x = 3n + 2(n \text{은 자연수})\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 8 개 ② 16 개 ③ 24 개 ④ 32 개 ⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

13. 두 집합 $A = \{a, 5, a+6\}$, $B = \{x|x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$ 에서 $A \cap B = \{1, 7\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$1 \in A$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a+6 = 1$ 이다.

(i) $a = 1$ 이면 $A = \{1, 5, 7\}$, $A \cap B = \{1, 7\}$ 이다.

$\therefore a = 1$

(ii) $a+6 = 1$ 즉, $a = -5$ 이면 $A = \{-5, 1, 5\}$, $A \cap B = \{1\}$

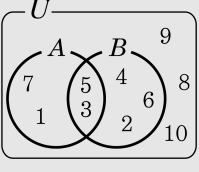
이므로 조건에 맞지 않는다.

그러므로 $a = 1$ 이다.

14. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A = \{1, 3, 5, 7\}, A \cap B = \{3, 5\}, B \cap A^c = \{2, 4, 6\}, A^c \cap B^c = \{8, 9, 10\}$ 일 때, B^c 은?
- ① $\{1, 7\}$ ② $\{1, 8\}$ ③ $\{1, 7, 9, 10\}$
④ $\{1, 7, 8, 10\}$ ⑤ $\{1, 7, 8, 9, 10\}$

해설

$B \cap A^c = \{2, 4, 6\} = B - A$ 이므로
 $B^c = U - B = \{1, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.



15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50, n(A) = 30, n(B) = 28, n(A^c \cap B^c) = 8$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n(A \cup B)^c$$

$$= n(U) - n(A \cup B) = 8$$

$$\therefore n(A \cup B) = 42$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 30 + 28 - 42 = 16$$

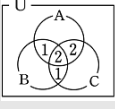
$$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$= 42 - 16 = 26$$

16. 세 권의 책 A, B, C가 있다. A를 읽은 학생은 5명, B를 읽은 학생은 4명, C를 읽은 학생은 7명, A와 B를 모두 읽은 학생은 3명, 세 권을 모두 읽은 학생은 2명일 때, C만 읽은 학생의 수가 가장 적을 경우는 몇 명인가?
- ① 1명 ② 2명 ③ 3명 ④ 4명 ⑤ 5명

해설

집합 A, B, C 를 각각 책 A, B, C 를 읽은 학생들의 집합이라 하면 $n(A) = 5, n(B) = 4, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, n(A \cap B \cap C) = 2$ C 만 읽는 학생수가 가장 적을 때는 A 와 C, B 와 C 를 읽은 학생수가 가장 많은 경우로 벤다이어그램에서



$7 - (2 + 2 + 1) = 2(\text{명})$

17. 좌표평면 위의 점 A(1, 2)를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$)이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C라 할 때, $\triangle OBC$ 의 최소 넓이는?

① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

B($a, 0$), C($0, b$)이므로
 $\triangle OBC$ 의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}ab \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 은 점 (1, 2)를 지나므로

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}} = 2\sqrt{\frac{1}{S}}$$

$$\therefore S \geq 4$$

18. 퀴즈대회에 나간 호준이는 다음에 주어진 마지막 문제를 맞히면 우승이다. 호준이가 우승할 수 있는 답을 고르면?

집합 $A = \{a, b, c\}$ 일 때, A 에서 A 로의 함수 $f : A \rightarrow A$ 에 대하여,
함수의 개수는 m 개,
일대일 대응 함수의 개수는 n 개,
상수 함수는 s 개,
항등함수는 r 개이다.
 $m + n + s + r$ 의 값을 구하여라.

- ① 21 ② 27 ③ 33 ④ 37 ⑤ 43

해설

함수의 개수는 $3^3 = 27$ (가지) $\therefore m = 27$
일대일 대응의 개수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) $\therefore n = 6$
상수함수의 개수는 치역이 a, b, c 인 경우의 3가지
 $\therefore s = 3$
항등함수의 개수는 1가지 $\therefore r = 1$
따라서 $m + n + s + r = 27 + 6 + 3 + 1 = 37$

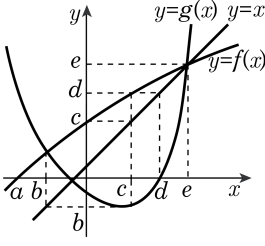
19. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x) = (f^{-1} \circ g \circ f)(x)$ 일 때, $h(c)$ 의 값은?

- ① a

② b

③ c
- ④ d

⑤ e



해설

$$\begin{aligned} h(c) &= (f^{-1} \circ g \circ f)(c) = f^{-1}(g(f(c))) \\ &= f^{-1}(g(d)) = f^{-1}(b) \\ f^{-1}(b) &= a \text{라 하면 } f(a) = b \\ \therefore k &= a \\ \text{따라서 } h(c) &= a \end{aligned}$$

20. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{a}{100}, \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} = \frac{b}{101}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99}\right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} = \frac{a}{100} \\ &\therefore a = 99 \\ & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99}\right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{101}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{101}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{101} = \frac{50}{101} = \frac{b}{101} \\ &\therefore b = 50 \\ &\therefore a + b = 149 \end{aligned}$$

21. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 일 때, $\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k (\neq 0) \text{로 놓으면 } a = bk, b = ck$$

$$\therefore a = ck^2$$

$$\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)} = \frac{(ck^2 - ck)(ck + c)}{(ck^2 + ck)(ck - c)}$$

$$= \frac{ck(k-1) \cdot c(k+1)}{ck(k+1) \cdot c(k-1)} = 1$$

22. 전 구간을 일정한 속도 60 km/h 로 달리도록 되어 있는 어느 고속도로에서 하행하던 고속버스가 5 분 동안에 상행하는 같은 회사 소속의 고속버스 20 대를 보았다. 이 고속버스의 배차 간격이 일정할 때, 100 km 의 상행선에는 약 몇 대의 고속버스가 달리고 있는가?
- ① 50 대 ② 100 대 ③ 120 대
④ 150 대 ⑤ 200 대

해설

각 방향으로 시속 60 km로 달리고 있으므로 어느 한 방향에 대한 다른 방향의 상대 속도는 시속 120 km 이다.

이때, 5분 동안의 주행 거리는 $120 \times \frac{5}{60} = 120 \times \frac{1}{12} = 10(\text{km})$ 이고, 이 사이를 달리는 동안에 20대의 버스를 보았으므로 100 km 의 구간에는 200대가 있다.