

1. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가 x 에 대한항등식이 되도록 실수 $a + b + c + p$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

양변에 $x = p$ 를 대입하면
 $p^3 - p^2 + 2 = 0$
 $(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$
따라서 주어진 식은
 $x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$
양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $2 = a + b + c$
 $\therefore a + b + c + p = 1$

해설

$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$
 $\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$
양변을 비교하면, $x+1 = x-p$,
 $x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$
 $\therefore p = -1$
또 $x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$
 $\qquad \qquad \qquad = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$
 $\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$
 $\therefore b = -4, c = 5$
따라서 $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$
 $\therefore a + b + c + p = 1$

2. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나눈 나머지는 $2x + 1$ 이고, $g(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눈 나머지는 $x - 4$ 이다. 이 때, $(x + 2)f(x) + 3g(x + 1)$ 을 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 7 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 23

해설

$f(x) = (x^2 - 4)p(x) + 2x + 1$ 에서 $f(2) = 5$
 $g(x) = (x^2 - 5x + 6)q(x) + x - 4$ 에서 $g(3) = -1$
 $h(x) = (x + 2)f(x) + 3g(x + 1)$ 이라 놓으면,
 $h(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는
 $h(2) = 4f(2) + 3g(3) = 17$

3. 최고차항의 계수가 1 인 두 이차다항식 A, B 에 대하여 A, B 의 최대공약수를 (A, B) , A, B 의 최소공배수를 $[A, B]$ 라 하자. 다항식 A, B 가

$$(A + B, A - B) = 2x - 3, [A + B, A - B] = 2x^2 + x - 6$$

을 만족할 때, $2[A, B] = 0$ 과 같은 해를 갖는 것은?

- ① $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$ ② $x^3 + 4x^2 - 2x - 7$
 ③ $x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ ④ $3x^3 - x^2 + 2x - 1$
 ⑤ $-x^3 + 2x^2 - 5x + 7$

해설

$A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소) 라 하자.
 $(A + B, A - B) = ((a + b)G, (a - b)G) = 2x - 3$ 이므로
 G 는 $2x - 3$
 따라서 A, B 는 $2x - 3$ 으로 나누어떨어지고 a, b 는 일차식이다.
 또 $[A + B, A - B] = [(a + b)G, (a - b)G] = 2x^2 + x - 6$
 $= (x + 2)(2x - 3)$ 이므로 $(a + b)(a - b)G = (x + 2)(2x - 3)$
 $\therefore (a + b)(a - b) = x + 2$ 이고
 a, b 는 모두 일차식이므로
 $a + b = x + 2, a - b = 1$ 이라 하고 연립하여 풀면
 $a = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$
 $b = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 $\therefore [A, B] = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)(2x - 3)$
 $= \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}\right)(2x - 3)$
 $= \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{8}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
 $= \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
 $\therefore 2[A, B] = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 3x - \frac{9}{2}$
 따라서 $2[A, B]$ 와 같은 것은 ① $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$ 이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\ &= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a \end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

$$i) a = -\frac{3}{8} \text{ 대입 :}$$

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$$ii) a = 3 \text{ 대입 : } -12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$$

따라서 $a = 3$ 이다.

5. x 의 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 3 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$x^2 - ax + a^2 - 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

①는 두 실근을 가지므로,

$$D = a^2 - 4(a^2 - 3) \geq 0, \text{ 즉 } a^2 - 4 \leq 0 \therefore -2 \leq a \leq 2$$

그런데 α, β 는 ①의 두 근이므로,

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a^2 - 3$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = a^2 - 2(a^2 - 3) = 6 - a^2$$

여기서, $-2 \leq a \leq 2$ 이므로

$$0 \leq a^2 \leq 4$$

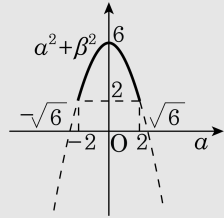
$$\therefore 2 \leq 6 - a^2 \leq 6$$

$$\therefore 2 \leq \alpha^2 + \beta^2 \leq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 은

$a = 0$ 일 때 최댓이고, 최댓값 : 6

$a = \pm 2$ 일 때 최솟이고, 최솟값 : 2



6. x 가 실수일 때, $x^2 + 4y^2 - 8x + 16y - 4 = 0$ 을 만족하는 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

준식을 x 에 관하여 정리하면
 $x^2 - 8x + 4y^2 + 16y - 4 = 0$
이것은 x 에 대한 이차 방정식으로 볼 때
 x 가 실수이므로 실근을 갖는다.
 $\therefore D/4 = (-4)^2 - (4y^2 + 16y - 4) \geq 0$
 $\rightarrow 4y^2 + 16y - 20 \leq 0$
 $\rightarrow y^2 + 4y - 5 \leq 0$
 $\rightarrow (y + 5)(y - 1) \leq 0$
 $\therefore -5 \leq y \leq 1$
 $\therefore y$ 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -5

7. 사차방정식 $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1 = 0$ 의 해는?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$
② $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
③ $x = \frac{-15 \pm \sqrt{221}}{2}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
④ $x = \frac{15 \pm \sqrt{221}}{2}$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
⑤ $x = 15 \pm \sqrt{221}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

해설

$x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1 = 0$ 의 양변을

x^2 으로 나누면

$$x^2 + 8x + 17 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + 17 = 0$$

$\therefore x + \frac{1}{x} = A$ 라 하자.

$$A^2 + 8A + 15 = (A + 3)(A + 5)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x} + 3\right)\left(x + \frac{1}{x} + 5\right) = 0$$

$$(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 5x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

8. A, B 두 사람이 어떤 물건을 3 개월 할부로 공동 구입하였다. 첫달에 A, B 중 한 사람이 다른 사람보다 돈을 많이 지불하였기 때문에 두 번째 달부터는 전달에 많이 지불한 사람은 전달보다 20% 적은 금액을 지불하고, 적게 지불한 사람은 전 달보다 3000 원 많은 금액을 지불하기로 하였다. 금액을 모두 지불하고보니 A, B 는 전체 액수의 반씩을 부담하게 되었다. 이 물건을 사는 데 든 비용은 전부 얼마인가? (단, 두 번째 달의 B 의 지불금액은 A 의 지불금액보다 6000 원이 많았다.)

- ① 27000 원
- ② 30000 원
- ③ 81000 원
- ④ 162000 원
- ⑤ 570000 원

해설

첫달에 A, B 가 지불한 금액을 각각 x 원, y 원이라 하면 각자가 지불한 금액의 총합은 다음과 같다.

$A : x + 0.8x + (0.8x + 3000)$

$B : y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000)$

따라서 $x + 0.8x + (0.8x + 3000) = y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000) \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$0.8x + 6000 = y + 3000 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

또, $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $x = 30000, y = 27000$

따라서, A 가 지불한 금액은

$30000 + 0.8 \times 30000 + 0.8 \times 30000 + 3000 = 81000$

그런데 물건을 사는 데 든 총 비용은 한 사람이 지불한 금액의 2 배이다.

$\therefore (\text{지불한 총 금액}) = 81000 \times 2 = 162000(\text{원})$

9. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1) = a + b$, $f(2) = 2a + b$
 $f(3) = 3a + b$ 이므로 $f(3) = 2f(2) - f(1)$
조건에서 $2 \leq f(1) \leq 4$ ㉠
 $0 \leq f(2) \leq 3$ ㉡
㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면
 $-4 \leq -f(1) \leq -2$ ㉢
㉡에서 각 변에 2 를 곱하면
 $0 \leq 2f(2) \leq 6$ ㉣
 $\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$
따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

10. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

11. 연립부등식 $a+1 < \frac{x}{2} < \frac{a+11}{6}$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$a+1 < \frac{x}{2}, 2a+2 < x$$

$$\frac{x}{2} < \frac{a+11}{6}, x < \frac{a+11}{3}$$

$$2a+2 < x < \frac{a+11}{3} \text{ 과 } -2 < x < 3 \text{ 이 같으므로}$$

$$2a+2 = -2$$

$$\therefore a = -2$$

12. 세 변의 중점의 좌표가 $(-2, 3)$, $(3, -1)$, $(5, 4)$ 인 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 8), (-4, -2), (10, 2)$

② $(0, 8), (4, 2), (10, 0)$

③ $(-1, 8), (4, 2), (10, 0)$

④ $(-1, -8), (4, -2), (10, -2)$

⑤ $(0, 8), (-4, -2), (10, 0)$

해설

세 꼭짓점의 좌표를 각각

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 로 놓으면,

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = -2, \frac{x_2 + x_3}{2} = 3, \frac{x_3 + x_1}{2} = 5$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -4, x_2 + x_3 = 6, x_3 + x_1 = 10$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = -4, x_3 = 10$$

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = 3, \frac{y_2 + y_3}{2} = -1, \frac{y_3 + y_1}{2} = 4$$

$$\therefore y_1 + y_2 = 6, y_2 + y_3 = -2, y_3 + y_1 = 8$$

$$\therefore y_1 = 8, y_2 = -2, y_3 = 0$$

따라서 세 꼭짓점의 좌표는

$(0, 8), (-4, -2), (10, 0)$ 이다.

13. 중심이 직선 $y = x + 1$ 위에 있고 두 점 $(1, 6)$, $(-3, 2)$ 를 지나는 원의 중심의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

중심이 $y = x + 1$ 위에 있고,
중심의 좌표가 (a, b) 이므로 $b = a + 1$
따라서 $(a, a + 1)$ 이라 할수 있다.
중심과 $(1, 6)$, $(-3, 2)$ 간의 거리가 반지름으로 같으므로
$$\sqrt{(a-1)^2 + (a+1-6)^2}$$
$$= \sqrt{(a+3)^2 + (a+1-2)^2}$$
양변을 제곱하여 정리하면
$$(a-5)^2 = (a+3)^2$$
$$16a = 16$$
$$\therefore a = 1$$
$$\therefore (a, b) = (1, 2)$$
따라서 $a + b = 1 + 2 = 3$

14. A(3, -1)에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식을 구하면?

① $x - 2y - 6 = 0, 2x + y - 4 = 0$

② $x - 2y - 5 = 0, 2x + y - 5 = 0$

③ $x - 2y - 4 = 0, 2x + y - 5 = 0$

④ $x - 2y - 3 = 0, 2x + y - 4 = 0$

⑤ $x - 2y - 2 = 0, 2x + y - 3 = 0$

해설

점 A를 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면, $y = m(x - 3) - 1$ 접선이므로 원 중심에서 직선까지 거리는 반지름과 같다.

$$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$$

$$2m^2 + 3m - 2 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}, -2$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}, y = -2x + 5 \text{ 이므로}$$

접선의 방정식은 $x - 2y - 5 = 0$ or $2x + y - 5 = 0$

15. 집합 $A_{15} = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$, 집합 $A_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 배수}\}$ 라고 할 때, $A_{15} \subset A_b$ 를 만족하게 하는 자연수 b 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 15

해설

15 의 약수인 1, 3, 5, 15 가 들어갈 수 있다.

16. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, 9, \{1, 3, 5\}\}$, $B = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, \{1, 3, 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ☐ ㉠ $\emptyset \notin A$

☐ ㉡ $7 \subset B$

☐ ㉢ $\{1, 3, 5\} \subset B$

☐ ㉣ $\{\{1, 3, 5, 7, 9\}\} \in A$

☐ ㉤ $A \subset B$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ☐ ㉠ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고, $\emptyset \neq \emptyset$, $\emptyset \subset \emptyset$ 이다.
- ☐ ㉡ $7 \in B$
- ☐ ㉢ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\} \subset A$
- ☐ ㉤ $B \subset A$

17. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

18. 집합 $A = \{x \mid 2 \leq x < a \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 16개가 되기 위한 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2^{n(A)} = 16 = 2^4 \quad \therefore n(A) = 4$$

$$A = \{2, 3, 4, 5\} = \{x \mid 2 \leq x < 6 \text{인 자연수}\}$$

$$\therefore a = 6$$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned}
 A \star B &= (A - B^c) \cup (B^c - A) \\
 &= (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c) \text{ 이므로} \\
 (A \star B) \star A &= [\{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\} - A^c] \\
 &\quad \cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)\}] \\
 &= [\{(A \cap B) \cup (A \cup B)^c\} \cap A] \\
 &\quad \cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}] \\
 &= [\{(A \cap B) \cap A\} \cup \{A \cap (A \cup B)^c\}] \\
 &\quad \cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)] \\
 &= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)] \\
 &= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\} \\
 &= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\} \\
 &= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B
 \end{aligned}$$

20. 다음은 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$ 을 만족하는 두 양수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하는 풀이이다. 적절하지 못한 부분은?

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} &\geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{4}{y}} \cdots \textcircled{㉠} \\ &= \frac{4}{\sqrt{xy}} \\ \therefore \sqrt{xy} &\geq 4 \cdots \textcircled{㉡} \\ \therefore x+y &\geq 2\sqrt{xy} \geq 2 \cdot 4 = 8 \cdots \textcircled{㉢} \\ \text{따라서 } x+y \text{의 최솟값은 } 8 \text{이다. } &\cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{aligned}$$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣
- ⑤ 틀린 곳이 없다.

해설

㉠에서 등호가 성립하는 경우는 $\frac{1}{x} = \frac{4}{y}$
즉 $y = 4x$ 일 때이고,
㉢에서 등호가 성립하는 경우는
 $x = y$ 일 때이므로 서로 일치하지 않는다.
따라서 $x+y$ 의 최솟값은 8이 될 수 없다.

21. 임의의 정수 k 에 대하여 $f(k) = 2k - 1$ 이라 하고, 연산 $\diamond$ 를 $f(m)\diamond f(n) = f(2m + n)$ 로 정의한다. 이 때, $-3\diamond 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(m) = -3, f(n) = 5$ 라 하면

$2m - 1 = -3, 2n - 1 = 5$

$\therefore m = -1, n = 3$

$\therefore -3\diamond 5 = f(-1)\diamond f(3) = f(-2 + 3) = f(1) = 1$

22. 일대일 함수 $x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ 에서 음이 아닌 정수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$, $f(10n + k) = f(n) + k(k = 0, 1, \dots, 9)$ 를 만족할 때, $f(1994)$ 의 값은?

① 11

② 15

③ 23

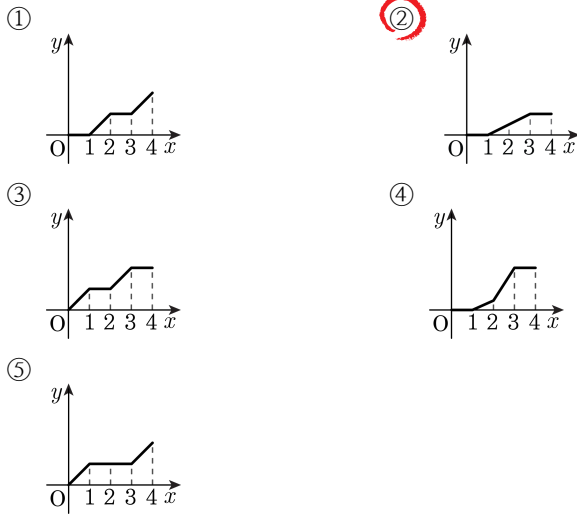
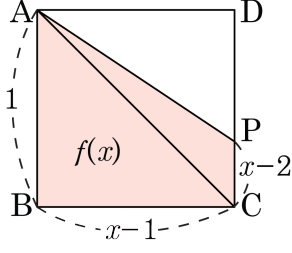
④ 26

⑤ 29

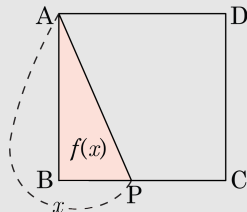
해설

$$\begin{aligned} f(1994) &= f(10 \cdot 199 + 4) = f(199) + 4 \\ &= f(10 \cdot 19 + 9) + 4 = f(19) + 9 + 4 \\ &= f(10 \cdot 1 + 9) + 13 = f(1) + 9 + 13 \\ &= f(10 \cdot 0 + 1) + 22 = f(0) + 1 + 22 \\ &= 0 + 1 + 22 = 23 \end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P 가 있다. 점 P 는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B 를 돌아 다시 점 A 로 돌아온다. 점 P 가 움직인 거리를 x , 선분 AP 가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



해설



x 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \leq x \leq 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \leq x \leq 3) \\ 1 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases} \quad \text{한편, 각 구간의 경계점에서}$$

함수는 연속이므로 ②가 옳다.

24. $0 < a < 1$ 이고, $x = \frac{1+a^2}{a}$ 일 때, $\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$ 의 값을 구하면?

① a^2

② a

③ $\frac{1}{a}$

④ $a-1$

⑤ $a+1$

해설

$$x+2 = \frac{1+a^2}{a} + 2 = \frac{1}{a}(a+1)^2$$

$$\therefore \sqrt{x+2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{a}} = \frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

$$x-2 = \frac{1+a^2}{a} - 2 = \frac{(a-1)^2}{a}$$

$$\therefore \sqrt{x-2} = \frac{|a-1|}{\sqrt{a}} = \frac{1-a}{\sqrt{a}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} &= \frac{\frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{1-a}{\sqrt{a}}}{\frac{a+1}{\sqrt{a}} - \frac{1-a}{\sqrt{a}}} \\ &= \frac{(a+1) + (1-a)}{(a+1) - (1-a)} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

25. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2 - k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$) 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$