1. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$가 x에 대한항등식이 되도록 실수 $a+b+c+p$의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

양변에 $x = p$를 대입하면

$p^3 - p^2 + 2 = 0$

$(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore\ p = -1$

따라서 주어진 식은

$x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$

양변에 $x = 0$을 대입하면 $2 = a + b + c$

$\therefore\ a + b + c + p = 1$

해설

$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$

$= (x-p)\left\{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\right\}$

$\therefore\ (x+1)(x^2 - 2x + 2)$

$= (x-p)\left\{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\right\}$

양변을 비교하면, $x + 1 = x - p$,

$x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$

$\therefore\ p = -1$

또 $x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$

$\qquad = ax^2 + (2a+b)x + a + b + c$

$\therefore\ a = 1,\ 2a + b = -2,\ a + b + c = 2$

$\therefore\ b = -4,\ c = 5$

따라서 $a = 1,\ b = -4,\ c = 5,\ p = -1$

$\therefore\ a + b + c + p = 1$

2. x에 관한 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나눈 나머지는 $2x+1$이고, $g(x)$를 x^2-5x+6으로 나눈 나머지는 $x-4$이다. 이 때, $(x+2)f(x)+3g(x+1)$을 $x-2$로 나눈 나머지를 구하면?

① 7 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 23

해설

$f(x)=(x^2-4)p(x)+2x+1$에서 $f(2)=5$
$g(x)=(x^2-5x+6)q(x)+x-4$에서 $g(3)=-1$
$h(x)=(x+2)f(x)+3g(x+1)$이라 놓으면,
$h(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는
$h(2)=4f(2)+3g(3)=17$

3. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B에 대하여 A, B의 최대공약수를 $(A,\ B)$, A, B의 최소공배수를 $[A,\ B]$라 하자. 다항식 A, B가

$$(A+B,\ A-B)=2x-3,\ [A+B,\ A-B]=2x^2+x-6$$

을 만족할 때, $2[A,\ B]=0$과 같은 해를 갖는 것은?

① $2x^3+5x^2-6x-9$　② x^3+4x^2-2x-7
③ x^3-3x^2+5x-1　④ $3x^3-x^2+2x-1$
⑤ $-x^3+2x^2-5x+7$

해설

$A=aG,\ B=bG\ (a,b$는 서로소$)$라 하자.
$(A+B,A-B)=((a+b)G,\ (a-b)G)=2x-3$ 이므로
G는 $2x-3$
따라서 A,B는 $2x-3$으로 나누어떨어지고 $a,\ b$는 일차식이다.
또 $[A+B,A-B]=[(a+b)G,(a-b)G]=2x^2+x-6$
$=(x+2)(2x-3)$ 이므로 $(a+b)(a-b)G=(x+2)(2x-3)$
$\therefore\ (a+b)(a-b)=x+2$ 이고
$a,\ b$는 모두 일차식이므로
$a+b=x+2,\ a-b=1$ 이라 하고 연립하여 풀면

$$a=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2},$$

$$b=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ [A,B]=\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)(2x-3)$$

$$=\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}\right)(2x-3)$$

$$=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{8}{4}x^2-3x+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$$

$$=\frac{1}{2}x^3+\frac{5}{4}x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$$

$$\therefore\ 2[A,B]=x^3+\frac{5}{2}x^2-3x-\frac{9}{2}$$

따라서 $2[A,B]$와 같은 것은 ① $2x^3+5x^2-6x-9$ 이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a,\ 8a+5)$를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② $-\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\ &= 2(x-2)^2 - 12 + 3a \end{aligned}$$

$y = 2(x-2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a+5)$ 를 지나므로

$8a + 5 = 2(2a-2)^2 - 12 + 3a$

$8a^2 - 21a - 9 = 0,\ (8a+3)(a-3) = 0$

$\therefore a = -\frac{3}{8}$ 또는 3

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

$i)\ a = -\frac{3}{8}$ 대입 :

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

$ii) a = 3$ 대입 : $-12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$

따라서 $a = 3$ 이다.

5. x 의 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 3 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$x^2 - ax + a^2 - 3 = 0 \cdots$ ㉠

㉠는 두 실근을 가지므로,

$D = a^2 - 4(a^2 - 3) \geq 0$, 즉 $a^2 - 4 \leq 0$ $\therefore\ -2 \leq a \leq 2$

그런데 α, β 는 ㉡의 두 근이므로,

근과 계수와의 관계에서

$\alpha + \beta = a,\ \alpha\beta = a^2 - 3$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = a^2 - 2(a^2 - 3) = 6 - a^2$

여기서, $-2 \leq a \leq 2$ 이므로

$0 \leq a^2 \leq 4$

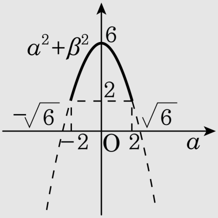
$\therefore\ 2 \leq 6 - a^2 \leq 6$

$\therefore\ 2 \leq \alpha^2 + \beta^2 \leq 6$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 은

$a = 0$ 일 때 최대이고, 최댓값 : 6

$a = \pm 2$ 일 때 최소이고, 최소값 : 2



6. x 가 실수일 때, $x^2+4y^2-8x+16y-4=0$ 을 만족하는 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

준식을 x 에 관하여 정리하면

$x^2-8x+4y^2+16y-4=0$

이것은 x 에 대한 이차 방정식으로 볼 때

x 가 실수이므로 실근을 갖는다.

$\therefore\ D/4=(-4)^2-(4y^2+16y-4)\geq 0$

$\rightarrow\ 4y^2+16y-20\leq 0$

$\rightarrow\ y^2+4y-5\leq 0$

$\rightarrow\ (y+5)(y-1)\leq 0$

$\therefore\ -5\leq y\leq 1$

$\therefore\ y$ 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -5

7. 사차방정식 $x^4+8x^3+17x^2+8x+1=0$의 해는?

① $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

② $x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

③ $x=\dfrac{-15\pm\sqrt{221}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

④ $x=\dfrac{15\pm\sqrt{221}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

⑤ $x=15\pm\sqrt{221}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

해설

$x^4+8x^3+17x^2+8x+1=0$의 양변을

x^2으로 나누면

$$x^2+8x+17+\frac{8}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+8\left(x+\frac{1}{x}\right)+17=0$$

$\therefore x+\dfrac{1}{x}=A$라 하자.

$$A^2+8A+15=(A+3)(A+5)$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}+3\right)\left(x+\frac{1}{x}+5\right)=0$$

$$(x^2+3x+1)(x^2+5x+1)=0$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2},\ \frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$$

8. A, B 두 사람이 어떤 물건을 3 개월 할부로 공동 구입하였다. 첫달에 A, B 중 한 사람이 다른 사람보다 돈을 많이 지불하였기 때문에 두 번째 달부터는 전달에 많이 지불한 사람은 전달보다 20 % 적은 금액을 지불하고, 적게 지불한 사람은 전 달보다 3000 원 많은 금액을 지불하기로 하였다. 금액을 모두 지불하고보니 A, B는 전체 액수의 반씩을 부담하게 되었다. 이 물건을 사는 데 든 비용은 전부 얼마인가? (단, 두 번째 달의 B의 지불금액은 A의 지불금액보다 6000 원이 많았다.)

① 27000 원 ② 30000 원 ③ 81000 원

④ 162000 원 ⑤ 570000 원

해설

첫달에 A, B가 지불한 금액을 각각 x원, y원이라 하면 각자가 지불한 금액의 총합은 다음과 같다.

$A : x + 0.8x + (0.8x + 3000)$

$B : y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000)$

따라서 $x + 0.8x + (0.8x + 3000) = y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000) \cdots\cdots$ ㉠

$0.8x + 6000 = y + 3000 \cdots\cdots$ ㉡

또, ㉠, ㉡에서 $x = 30000$, $y = 27000$

따라서, A가 지불한 금액은

$30000 + 0.8 \times 30000 + 0.8 \times 30000 + 3000 = 81000$

그런데 물건을 사는 데 든 총 비용은 한 사람이 지불한 금액의 2 배이다.

$\therefore$ (지불한 총 금액)$= 81000 \times 2 = 162000$(원)

9. 함수 $f(x) = ax + b$가 $2 \le f(1) \le 4$, $0 \le f(2) \le 3$을 만족할 때, $f(3)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1) = a + b,\ f(2) = 2a + b$

$f(3) = 3a + b$이므로 $f(3) = 2f(2) - f(1)$

조건에서 $2 \le f(1) \le 4$ ······ ㉠

$0 \le f(2) \le 3$ ······ ㉡

㉠에서 각 변에 -1을 곱하면

$-4 \le -f(1) \le -2$ ······ ㉢

㉡에서 각 변에 2를 곱하면

$0 \le 2f(2) \le 6$ ······ ㉣

$\therefore\ -4 \le f(3) \le 4$

따라서, $f(3)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -4이다.

10. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.

⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

11. 연립부등식 $a+1<\frac{x}{2}<\frac{a+11}{6}$ 의 해가 $-2<x<3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$a+1<\frac{x}{2}$, $2a+2<x$

$\frac{x}{2}<\frac{a+11}{6}$, $x<\frac{a+11}{3}$

$2a+2<x<\frac{a+11}{3}$ 과 $-2<x<3$ 이 같으므로

$2a+2=-2$

$\therefore\ a=-2$

12. 세 변의 중점의 좌표가 $(-2,3)$, $(3,-1)$, $(5,4)$ 인 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,8),(-4,-2),(10,2)$　② $(0,8),(4,2),(10,0)$

③ $(-1,8),(4,2),(10,0)$　④ $(-1,-8),(4,-2),(10,-2)$

⑤ $(0,8),(-4,-2),(10,0)$

해설

세 꼭짓점의 좌표를 각각

(x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3) 로 놓으면,

$$\frac{x_1+x_2}{2}=-2,\ \frac{x_2+x_3}{2}=3,\ \frac{x_3+x_1}{2}=5$$

$$\therefore\ x_1+x_2=-4,\quad x_2+x_3=6,\quad x_3+x_1=10$$

$$\therefore\ x_1=0,\quad x_2=-4,\quad x_3=10$$

$$\frac{y_1+y_2}{2}=3,\ \frac{y_2+y_3}{2}=-1,\ \frac{y_3+y_1}{2}=4$$

$$\therefore\ y_1+y_2=6,\quad y_2+y_3=-2,\quad y_3+y_1=8$$

$$\therefore\ y_1=8,\quad y_2=-2,\ y_3=0$$

따라서 세 꼭짓점의 좌표는

$(0,8),(-4,-2),(10,0)$ 이다.

13. 중심이 직선 $y=x+1$ 위에 있고 두 점 $(1,\ 6)$, $(-3,\ 2)$를 지나는 원의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

중심이 $y=x+1$ 위에 있고,
중심의 좌표가 $(a,\ b)$ 이므로 $b=a+1$
따라서 $(a,\ a+1)$ 이라 할수 있다.
중심과 $(1,\ 6)$, $(-3,\ 2)$ 간의 거리가 반지름으로 같으므로

$$\sqrt{(a-1)^2+(a+1-6)^2}$$
$$=\ \sqrt{(a+3)^2+(a+1-2)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$(a-5)^2=(a+3)^2$$
$$16a=16$$
$$\therefore\ a=1$$
$$\therefore\ (a,\ b)=(1,\ 2)$$

따라서 $a+b=1+2=3$

14. A(3, −1)에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선의 방정식을 구하면?

① $x-2y-6=0, 2x+y-4=0$

② $x-2y-5=0, 2x+y-5=0$

③ $x-2y-4=0, 2x+y-5=0$

④ $x-2y-3=0, 2x+y-4=0$

⑤ $x-2y-2=0, 2x+y-3=0$

해설

점 A를 지나는 접선의 기울기를 m이라 하면, $y=m(x-3)-1$
접선이므로 원 중심에서 직선까지 거리는 반지름과 같다.

$$\frac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+1^2}}=\sqrt{5}$$

$$2m^2+3m-2=0$$

$$\therefore\quad m=\frac{1}{2},\ -2$$

$y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2},\quad y=-2x+5$ 이므로

접선의 방정식은 $x-2y-5=0$ or $2x+y-5=0$

15. 집합 $A_{15} = \{x \mid x$는 15의 배수$\}$, 집합 $A_b = \{x \mid x$는 b의 배수$\}$ 라고 할 때, $A_{15} \subset A_b$ 를 만족하게 하는 자연수 b 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 15

해설

15 의 약수인 1, 3, 5, 15 가 들어갈 수 있다.

16. 집합 $A = \{\varnothing,\ 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ \{1,\ 3,\ 5\}\}$, $B = \{\varnothing,\ 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \{1,\ 3,\ 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ $\varnothing \notin A$	㉡ $7 \subset B$
㉢ $\{1,\ 3,\ 5\} \subset B$	㉣ $\{\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}\} \in A$
㉤ $A \subset B$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\varnothing \in \{\varnothing\}$ 이고,$\varnothing \notin \varnothing$, $\varnothing \subset \varnothing$ 이다.

㉡ $7 \in B$

㉣ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\} \subset A$

㉤ $B \subset A$

17. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A = B$ 이면 $A \subset B,\ B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) - n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1,\ 2\},\ B = \{3,\ 4\}$ 이면
$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
$n(A) < n(B)$가 아닌 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) = 4$
$n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 3$
$4 - 3 = 1$

18. 집합 $A = \{x \mid 2 \le x < a$인 자연수$\}$에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 16 개가 되기 위한 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2^{n(A)} = 16 = 2^4 \qquad \therefore \ n(A) = 4$

$A = \{2, \ 3, \ 4, \ 5\} = \{x \mid 2 \le x < 6$인 자연수$\}$

$\therefore \ a = 6$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$

$= (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)$ 이므로

$(A \star B) \star A$

$= [\{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\} - A^c]$

$\cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)\}]$

$= [\{(A \cap B) \cup (A \cup B)^c\} \cap A]$

$\cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}]$

$= [\{(A \cap B) \cap A\} \cup \{A \cap (A \cup B)^c\}]$

$\cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)]$

$= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)]$

$= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\}$

$= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\}$

$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B$

20. 다음은 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1$을 만족하는 두 양수 x, y에 대하여 $x+y$의 최솟값을 구하는 풀이이다. 적절하지 못한 부분은?

> $\frac{1}{x}+\frac{4}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x}\cdot\frac{4}{y}} \cdots$ ㉠
>
> $= \frac{4}{\sqrt{xy}}$
>
> $\therefore \quad \sqrt{xy} \geq 4 \cdots$ ㉡
>
> $\therefore \quad x+y \geq 2\sqrt{xy} \geq 2\cdot 4 = 8 \cdots$ ㉢
>
> 따라서 $x+y$의 최솟값은 8이다. $\cdots\cdots$ ㉣

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ 틀린 곳이 없다.

해설

㉠에서 등호가 성립하는 경우는 $\frac{1}{x}=\frac{4}{y}$

즉 $y=4x$일 때이고,

㉢에서 등호가 성립하는 경우는

$x=y$일 때이므로 서로 일치하지 않는다.

따라서 $x+y$의 최솟값은 8이 될 수 없다.

21. 임의의 정수 k에 대하여 $f(k) = 2k - 1$이라 하고, 연산 $\diamond$를 $f(m)\diamond f(n) = f(2m+n)$로 정의한다. 이 때, $-3\diamond 5$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$f(m) = -3,\ f(n) = 5$라 하면

$2m - 1 = -3,\ 2n - 1 = 5$

$\therefore\ m = -1,\ m = 3$

$\therefore -3\diamond 5 = f(-1)\diamond f(3) = f(-2+3) = f(1) = 1$

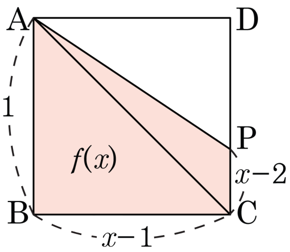
22. 일대일 함수 $x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ 에서 음이 아닌 정수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0,\ f(10n + k) = f(n) + k(k = 0,\ 1,\ \cdots,\ 9)$ 를 만족할 때, $f(1994)$ 의 값은?

① 11 ② 15 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

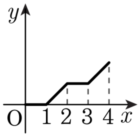
해설

$$
\begin{aligned}
f(1994) &= f(10 \cdot 199 + 4) = f(199) + 4 \\
&= f(10 \cdot 19 + 9) + 4 = f(19) + 9 + 4 \\
&= f(10 \cdot 1 + 9) + 13 = f(1) + 9 + 13 \\
&= f(10 \cdot 0 + 1) + 22 = f(0) + 1 + 22 \\
&= 0 + 1 + 22 = 23
\end{aligned}
$$

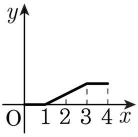
23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P가 있다. 점 P는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B를 돌아 다시 점 A로 돌아온다. 점 P가 움직인 거리를 x, 선분 AP가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



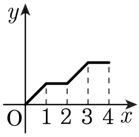
①



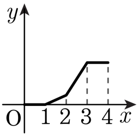
②



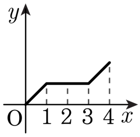
③



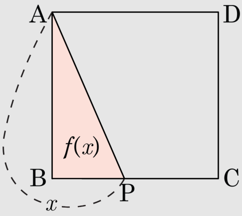
④



⑤



해설



x 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \le x \le 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \le x \le 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \le x \le 3) \\ 1 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$$ 한편, 각 구간의 경계점에서

함수는 연속이므로 ②가 옳다.

24. $0 < a < 1$이고, $x = \dfrac{1+a^2}{a}$일 때, $\dfrac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$의 값을 구하면?

① a^2 ② a ③ $\dfrac{1}{a}$ ④ $a-1$ ⑤ $a+1$

해설

$$x+2 = \frac{1+a^2}{a} + 2 = \frac{1}{a}(a+1)^2$$

$$\therefore\ \sqrt{x+2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{a}} = \frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

$$x-2 = \frac{1+a^2}{a} - 2 = \frac{(a-1)^2}{a}$$

$$\therefore\ \sqrt{x-2} = \frac{|a-1|}{\sqrt{a}} = \frac{1-a}{\sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} = \frac{\dfrac{a+1}{\sqrt{a}} + \dfrac{1-a}{\sqrt{a}}}{\dfrac{a+1}{\sqrt{a}} - \dfrac{1-a}{\sqrt{a}}}$$

$$= \frac{(a+1)+(1-a)}{(a+1)-(1-a)} = \frac{1}{a}$$

25. 함수 $f(x)=\begin{cases} 1-\sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x<0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f\circ f)(k)=2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f\circ f)(k)=f(f(k))=2$ 에서

$f(k)=k'$ 이라 하면 $f(k')=2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y=1-\sqrt{x}$이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore\ k'<0$

ii) $k'<0$ 이므로

$f(k')=\sqrt{2-k'}=2$

$2-k'=4 \qquad \therefore\ k'=-2$

$f(k)=-2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k<0$ 이면

$y=\sqrt{2-x}\ (x<0)$ 이고, $y>\sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore\ k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$f(k)=1-\sqrt{k}=-2$

$\therefore\ k=9$