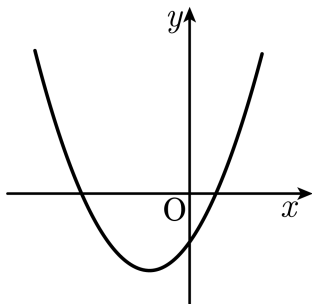


1. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



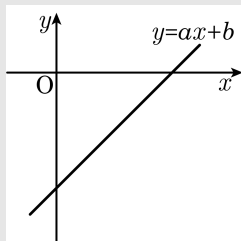
- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 없다.

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



2. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 2, 3, 4 사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어진 것은?

① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

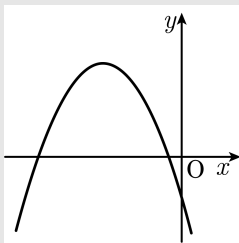
③ $a > 0, b < 0, c < 0$

④ $a < 0, b < 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

그림을 그려 보면 다음과 같다.

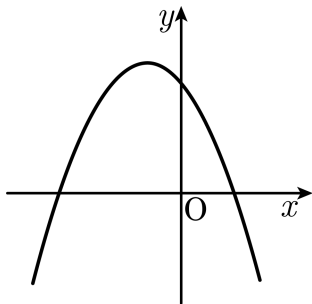


위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

3. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a , p , q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 0$

▷ 정답 : $p > 0$

▷ 정답 : $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0$, $p > 0$, $q > 0$ 이다.

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족할 때, 다음 중 옳은 것은?

I. $\frac{b}{2a} = -1$

II. 최댓값은 있으나. 최솟값은 없다.

III. 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 을 지난다.

① $a > 0$

② $c > 0$

③ 다른 한 x 절편이 $-\frac{1}{3}$ 이다.

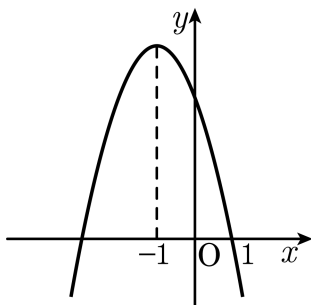
④ 꼭짓점이 제 3 사분면에 있다.

⑤ 그래프는 제 2 사분면을 지나지 않는다.

해설

꼭짓점이 제 1사분면에 있고, 위로 볼록한데 y 절편이 원점 아래에 있기 때문에 제 2사분면을 지나지 않는다.

5. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$

㉡ $ac < 0$

㉢ $a - b + c > 0$

㉣ $a + b + c < 0$

㉤ $4a - 2b + c > 0$

㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

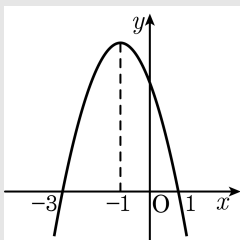
㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.

㉡ $a < 0, c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.

㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$

㉣ $f(1) = a + b + c < 0$

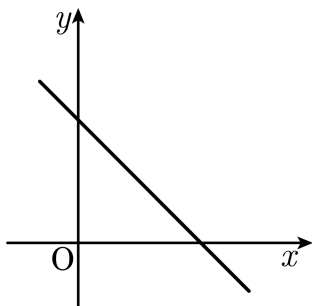
㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



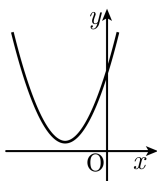
$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$

㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

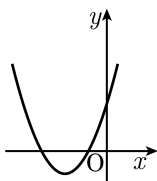
6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



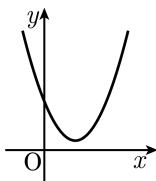
①



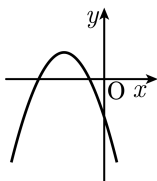
②



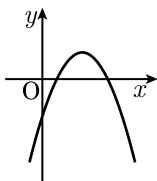
③



④

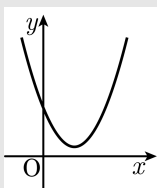


⑤



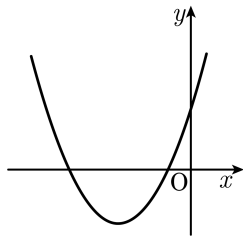
해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

7. $y = x^2 + ax - b$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
일차함수 $y = bx + a$ 가 지나지 않는 사분면을
말하여라.



▶ 답 :

사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

y 축을 기준으로 그래프의 축이 왼쪽에
있으므로, 일차함수의 계수 a 는
이차항의 계수와 부호가 같다.

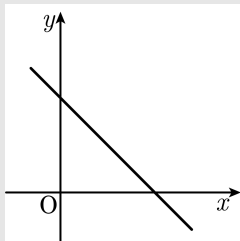
$$\therefore a > 0$$

그리고, 그래프가 y 축과 만나는 점이 원
점을 기준으로

x 축보다 위에 있으므로

$$-b > 0 \quad \therefore b < 0$$

$y = bx + a$ 의 그래프는 $a > 0, b < 0$ 이므로 제 3 사분면은
지나지 않는다.



8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a , b , c 의 부호를 구하면?

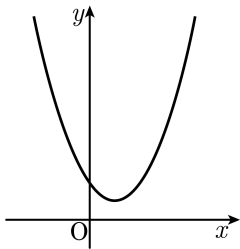
① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

③ $a > 0, b < 0, c > 0$

④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$



해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a , b 는 다른 부호이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

9. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - 1$ 에 대하여 $f(1) = 2$, $f(-1) = b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$f(1) = 2, -1^2 + a \times 1 - 1 = 2, -1 + a - 1 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = 4 + (-6) = -2$$

10. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = -2x^2 + 3$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$

⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

11. 다음은 이차함수 $y = -5x^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
- ② 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ $y = -5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ⑤ $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.

해설

$y = -5x^2 + 3$ 의 그래프는 $y = -5x^2$ 그래프를 y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이고 $4 < 5$ 이므로 $y = 4x^2$ 그래프보다 폭이 좁다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $-5 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.

12. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은 $x = 1$ 이다.

③ 점 $(2, 3)$ 을 지난다.

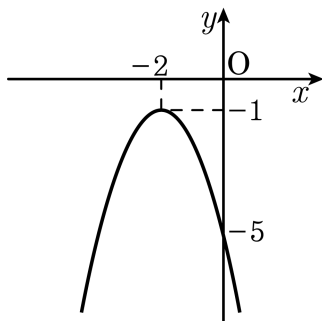
④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 $(2, 6)$ 을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

13. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x - 2)^2 - 1$ 이다.
- ② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq -5$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 - 1$$

$(0, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = 4a - 1$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 2)^2 - 1$$

따라서 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

14. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동하였더니 꼭짓점이 $(2, 5)$ 이었다. $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

평행이동시킨 그래프의 식이 $y = (x - 2)^2 + 5$ 이므로 처음 식은

$$\begin{aligned} y &= (x - 2 + 1)^2 + 5 - 3 \\ &= (x - 1)^2 + 2 \\ &= x^2 - 2x + 3 \end{aligned}$$

$$\therefore m = -2, n = 3, m + n = -2 + 3 = 1$$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

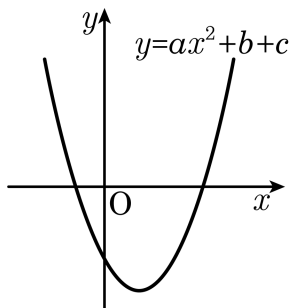
그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x - p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x - 4)^2 + 16 + m$$

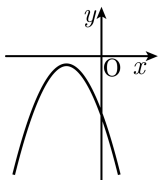
$$\therefore 16 + m = 0$$

$$\therefore m = -16$$

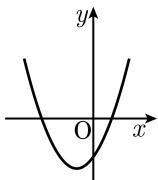
16. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



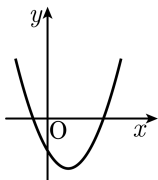
①



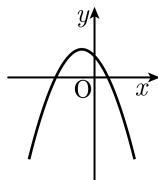
②



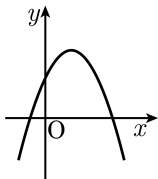
③



④



⑤



해설

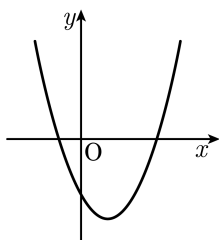
아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

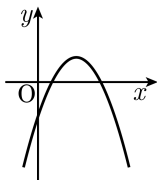
y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

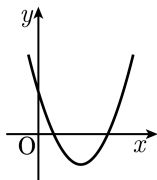
17. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



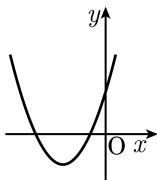
①



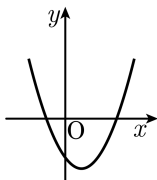
②



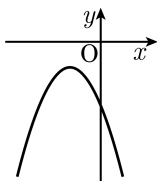
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

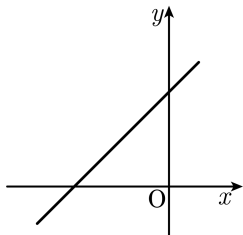
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

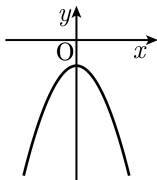
$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

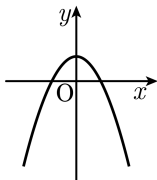
18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



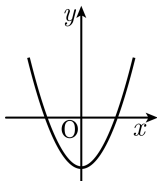
①



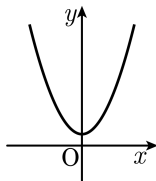
②



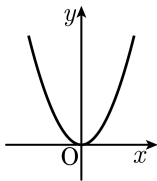
③



④



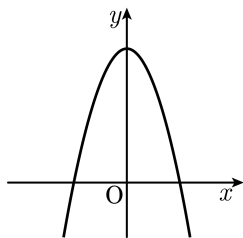
⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

19. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

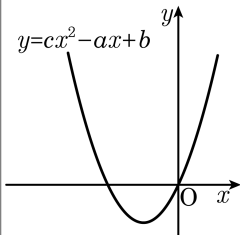
▷ 정답 : 제 2 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.



20. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

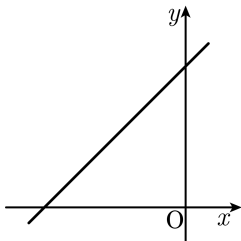
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b ,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

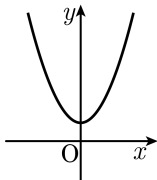
$$b = \frac{a^2}{4} ,$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

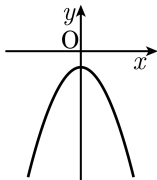
21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



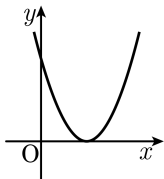
①



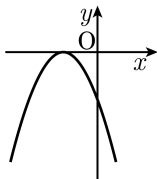
②



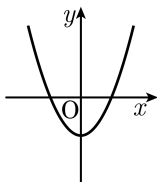
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

- ① $a < -\frac{4}{3}$ ② $a \leq -\frac{4}{3}$ ③ $a < \frac{3}{4}$
 ④ $a \leq -\frac{3}{4}$ ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다.

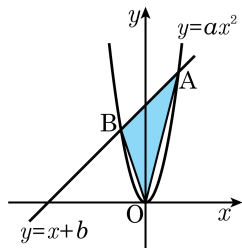
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$$4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2 \therefore y = 2x^2$

$y = x + b$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6 \therefore y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$2x^2 = x + 6$$

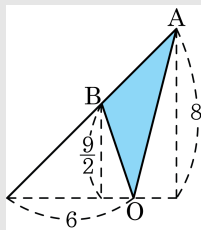
$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

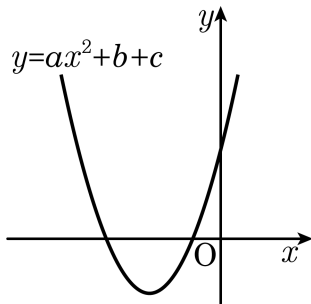
$$\therefore B\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.