

1. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ 의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0472

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) &= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2.236}{5} - 0.4 \\ &= 0.4472 - 0.4 = 0.0472 \end{aligned}$$

2. 다음의 표는 제공근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} \right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

- ① 1.414 ② -1.732 ③ 1.732
 ④ -2.449 ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

4. 다음 중 $x^3 - x^2 - 4x + 4$ 를 인수분해한 후 인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x - 1$

해설

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = x^2(x - 1) - 4(x - 1) = (x - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 2)(x - 2)$$

인수는 $(x - 1)$ 과 $(x + 2)$ 와 $(x - 2)$ 이다.

따라서 두 인수의 합은 $(x - 1) + (x + 2) + (x - 2) = 3x - 1$ 이다.

5. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

6. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b} \\ &= \frac{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)}{a - b} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)^2}{a - b} \\ &= (a + b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

7. 자연수 n 에 대하여 $x^2 - y^2 = 1$ 일 때, $\{(x - y)^n + (x + y)^n\}^2 - \{(x - y)^n - (x + y)^n\}^2$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(x - y)^n = A$, $(x + y)^n = B$ 라고 치환하면

$$(\text{주어진 식}) = (A + B)^2 - (A - B)^2 = 4AB$$

$$= 4(x - y)^n(x + y)^n$$

$$= 4(x^2 - y^2)^n = 4$$

8. $(100^{20} - 5)^2$ 을 계산하였을 때, 각 자리 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 358

해설

$$\begin{aligned}(100^{20} - 5)^2 &= (10^{40} - 5)^2 \\ &= 10^{80} - 10^{41} + 25 \\ &= 999 \cdots 9000 \cdots 0 + 25 \\ &= 999 \cdots 9000 \cdots 025\end{aligned}$$

이때, 연속되는 9 가 39 개, 연속되는 0 이 39 개이고, 십의 자리와 일의 자리 숫자가 2 와 5 이므로 각 자리의 숫자의 합은 $9 \times 39 + 2 + 5 = 358$ 이다.

9. $(a + 2)(b + 2) = 12$, $ab = 2$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 12$ 이고 $ab = 2$ 이므로

$$a + b = 3$$

$$\therefore (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 8 = 1$$

$a < b$ 즉, $a - b < 0$ 이므로 $a - b = -1$ 이다.

10. $a^2 + \frac{ab}{2} + b^2 = 10$, $a^2 - \frac{ab}{2} + b^2 = 8$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$a^2 + \frac{ab}{2} + b^2 = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a^2 - \frac{ab}{2} + b^2 = 8 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠ + ㉡ 을 하면

$$2a^2 + 2b^2 = 18$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

㉠ - ㉡ 을 하면

$$\frac{2ab}{2} = 2, ab = 2$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 9 - 4 = 5$$