

1. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

증근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$

2. 이차방정식 $x(x-6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -9 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

4. 차가 3인 두 자연수가 있다. 곱이 88일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

두 자연수를 x , $x+3$ 라 하면

$$x(x+3) = 88$$

$$x^2 + 3x - 88 = 0$$

$$(x-8)(x+11) = 0$$

$$x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 11 = 19$ 이다.

5. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

- ① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (쪽)

6. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

7. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

9. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ 의 두 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ 이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① 38 ② -41 ③ 30 ④ -15 ⑤ 24

해설

양변에 6 을 곱하면 $3x^2 + 14x + 5 = 0$

근의 짝수공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 15}}{3} = \frac{-7 \pm \sqrt{34}}{3}$$

$$\therefore a = -7, b = 34, c = 3$$

$$\therefore a + b - c = -7 + 34 - 3 = 24$$

10. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

11. 이차방정식 $x^2 + (1-k)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0$ 의 한 근일 때, 음수 a 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + (1-k)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = a^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = -1, 3$$

$$ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0 \text{ 에 } x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -2, 1$$

$$\therefore a = -2 (\because a < 0)$$

12. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{3}{4}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k < 0$

④ $k < \frac{1}{2}$

⑤ $k < \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0, k < \frac{3}{4}$$

13. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 - a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (3 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

14. 다음 이차방정식 $x^2 - 8x + k = 0$ 에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 찾아 기호로 써라.

보기

- ㉠ $k = 15$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ㉡ $k = 16$ 이면 중근 $x = -4$ 를 갖는다.
- ㉢ $k > 16$ 이면 근을 갖는다.

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $k = 15$ 일 때, $\frac{D}{4} = 16 - 15 > 0 \therefore$ 근은 2 개

㉡ $k = 16$ 일 때,
 $x^2 - 8x + 16 = 0, (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$

㉢ $\frac{D}{4} = 16 - k$ 에서 $k > 16$ 이면 $16 - k < 0$ 에서 근은 없다.

15. 자연수 1부터 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 210이 되려면 1부터 몇까지 더해야 하는지 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$\therefore n = 20 (n \text{은 자연수})$$

16. 다음 보기의 조건을 만족하는 다각형은?

보기

- ㉠ n 각형의 대각선의 총수 : $\frac{n(n-3)}{2}$
㉡ 대각선이 모두 54개인 다각형

- ① 십각형 ② 십일각형 ③ 십이각형
④ 십삼각형 ⑤ 십사각형

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-3)}{2} &= 54 \\ n^2 - 3n - 108 &= 0 \\ (n-12)(n+9) &= 0 \\ \therefore n &= 12 (\because n > 0)\end{aligned}$$

19. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 60 이 작다. 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 + 60 = (x-1)^2 + x^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + 2x + 61 = 2x^2 - 2x + 1$$

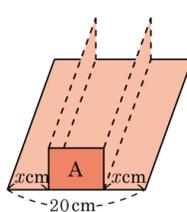
$$x^2 - 4x - 60 = 0$$

$$(x+6)(x-10) = 0$$

따라서 $x = 10$ (x 는 자연수)이다.

세 자연수는 9, 10, 11 이다.

20. 다음 그림과 같이 단면의 넓이가 48 cm^2 인 사각형 모양의 상자를 펼쳤다. 이 때, 상자를 펼치기 전의 높이를 구하여라. (단, $x > 5$ 이고 단위는 생략)



▶ 답: cm

▷ 정답: 6 cm

해설

$$\begin{aligned} (20 - 2x)x &= 48 \\ 2x^2 - 20x + 48 &= 0 \\ x^2 - 10x + 24 &= 0 \\ \therefore x &= 6 \text{ (cm)} \quad (\because x > 5) \end{aligned}$$