

1. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

2. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1)=(x-c)^2(dx-x^2-1)$$

- ① -4 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} a < c \text{에서 } a &\neq c \text{이므로 주어진 등식에서} \\ x^2 - bx + 1 &= (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2 \\ x^2 - dx + 1 &= (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2 \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 1, d = -2 \\ \therefore a + b + c + d &= 0 \end{aligned}$$

3. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

4. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$
㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

5. 방정식 $3x^2+5x-2=0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 방정식 $5x^2+4x+3=0$ 의 두 근을 γ, δ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha\gamma} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\delta\beta} + \frac{1}{\delta\alpha}$ 의 값은?

- ① $-\frac{10}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -\frac{5}{3}, \quad \alpha\beta = -\frac{2}{3}, \quad \gamma + \delta = -\frac{4}{5}, \quad \gamma\delta = \frac{3}{5} \\ \frac{1}{\alpha\gamma} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\delta\beta} + \frac{1}{\delta\alpha} \\ &= \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha} \right) \\ &= \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) \left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta} \right) \\ &= \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \right) \left(\frac{\gamma + \delta}{\gamma\delta} \right) \\ &= \frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{2}{3}} \times \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 (3, 6) 을 지난다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x-2)^2 + 4 \\ \text{점 (3, 6) 을 지나므로 } a(3-2)^2 + 4 &= 6 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

7. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 하고 $f(n) = 1 + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} + \cdots + \frac{1}{\omega^n}$ 라 정의할 때, $f(n) = 0$ 이 되게 하는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$x^3 - 1 = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{의 한 근 } \omega$$

$$\Rightarrow \omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$f(n) = 1 + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} + \cdots + \frac{1}{\omega^n}$$

$$f(1) = 1 + \frac{1}{\omega} = \frac{\omega + 1}{\omega} = \frac{-\omega^2}{\omega} = -\omega$$

$$f(2) = 1 + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^2 + \omega + 1}{\omega^2} = 0$$

자연수 n 의 최솟값은 2

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x + y = 2 \\ y - z = a \end{cases}$ 가 실수해를 갖기 위한 실수 a 의

값의 범위를 $\alpha \leq a \leq \beta$ 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x &= 2 - y, z = y - a \text{ 이므로} \\ (2 - y)^2 + y^2 + (y - a)^2 &= 3 \\ \Leftrightarrow, 3y^2 - 2(a + 2)y + a^2 + 1 &= 0 \\ D/4 = (a + 2)^2 - 3(a^2 + 1) &= -2a^2 + 4a + 1 \geq 0 \\ 2a^2 - 4a - 1 &\leq 0 \\ \therefore \frac{2 - \sqrt{6}}{2} \leq a &\leq \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \\ \therefore \alpha + \beta &= 2 \end{aligned}$$

9. 모든 실수 x 에 대하여, 부등식 $k(x^2 - (k-2)x - 3(k-2)) > 0$ 가 성립되게 하는 상수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < k < 2$ ② $1 < k < 2$ ③ $1 < k < 4$
④ $-1 < k < 3$ ⑤ $-2 < k < -1$

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$k > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 - (k-2)x - 3(k-2) > 0$ 이 항상 성립하려면

$$D = (k-2)^2 + 12(k-2) < 0 \text{에서}$$

$$(k-2)(k+10) < 0$$

$$\therefore -10 < k < 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 < k < 2$$

10. x 가 실수일 때, 두 함수 $f(x) = x^2 + 2x - 8$, $g(x) = x^2 - 19$ 에 대하여
부등식 $(f \circ g)(x) \leq 0$ 을 만족하는 양의 정수 x 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$g(x) = k$ 라고 하면

$$(f \circ g)(x) \leq 0 \Rightarrow f(k) \leq 0$$

$$\Rightarrow -4 \leq k \leq 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq g(x) \leq 2$$

$$\Rightarrow 15 \leq x^2 \leq 21$$

$\therefore$ 양의 정수 $x = 4$

11. 두 부등식 $x^2 - 2x - 3 > 0$,
 $x^2 + ax + b \leq 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $3 < x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을
구하면?

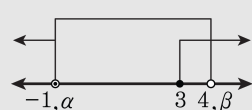
① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

해설

$$(x+1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$$x^2 + ax + b \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \text{ 라 하자}$$

주어진 조건을 만족하려면



$$\therefore \alpha = -1, \beta = 4$$

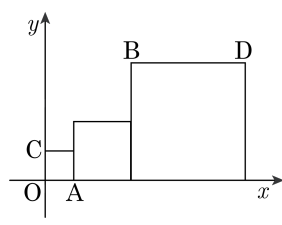
$$(x+1)(x-4) = x^2 - 3x - 4$$

$$a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$

12. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 21



해설

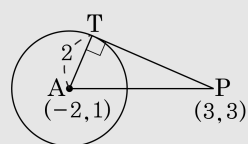
가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
점 A(4, 0) 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
점 B(21 - 12, 12)
즉, B(9, 12)
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

13. 점 (3, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 에 그은 접선의 길이는?

- ① 5 ② $\sqrt{26}$ ③ 6 ④ $\sqrt{37}$ ⑤ 7

해설

준식에서 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$ 이므로
중심이 (-2, 1) 반지름의 길이가 2 인 원이다.



$$\begin{aligned}\overline{PT}^2 &= \overline{PA}^2 - \overline{AT}^2 \\ &= (3 + 2)^2 + (3 - 1)^2 - 2^2 \\ &= 25\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PT} = 5$$

14. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 위의 점에서 직선 $4x - 3y + 5 = 0$ 에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최댓값은 원 중심에서 직선까지 거리 더하기 반지름이고, 최솟값은 원 중심에서 직선까지 거리 빼기 반지름이다.

$$\text{원의 방정식 : } (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \text{최대 : } \frac{|4 \times 1 - 3 \times (-2) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} + 2 = 5$$

$$\Rightarrow \text{최소 : } \frac{|4 \times 1 - 3 \times (-2) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} - 2 = 1$$

$$\therefore \text{최댓값} + \text{최솟값} = 6$$

15. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A = B$	㉡ $A = C$	㉢ $B = C$
㉣ $B \subset A$	㉤ $C \subset A$	㉥ $C \subset B$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉥

해설

- ㉡ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

16. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11, n(B) = 13, n(C) = 10, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 17, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

- ① 12 ② 17 ③ 24 ④ 30 ⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

17. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $n((A \cup B) \cap (A \cap B)^c) = 0$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$n((A \cup B) \cap (A \cap B)^c) = 0$ 이라는 것은 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 가 공집합이라는 것을 뜻한다.

$$(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$$

$$\rightarrow A = B$$

따라서, 집합 B 의 원소의 합은 16

18. A 반 학생 60 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 33 명, 영어를 좋아하는 학생은 30 명이고, 수학과 영어 중 한 과목만 좋아하는 학생은 29 명이라고 한다. 이때, 수학과 영어도 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 14 명

해설

수학을 좋아하는 학생의 수 : $n(A) = 33$,
영어를 좋아하는 학생의 수 : $n(B) = 30$
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29$,
 $n(A \cap B) = (33 + 30 - 29) \div 2 = 17$,
 $n(A \cup B) = 46$
 $\therefore n(U) - n(A \cup B) = 14$ (명)

19. 미영이네 반 학생들에 대하여 수학, 영어 두 과목에 대한 선호도 조사를 실시하였다. 그 결과 수학을 좋아하는 학생은 36명, 영어를 좋아하는 학생은 27명이었고, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생은 15명이었다. 이 때, 수학 또는 영어 한 과목만 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 27명 ② 30명 ③ 33명 ④ 36명 ⑤ 39명

해설

수학을 좋아하는 학생의 집합을 A , 영어를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면 $n(A) = 36$, $n(B) = 27$, $n(A \cap B) = 15$ 이므로 $n(A \cup B) = 36 + 27 - 15 = 48$
따라서 수학 또는 영어 한 과목만을 좋아하는 학생 수는 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 48 - 15 = 33$ (명)

20. $a > 1$ 일 때, $\frac{1}{a-1} + 4a - 3$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{1}{a-1} > 0$$

$$4(a-1) + 1 + \frac{1}{a-1} \geq 2 \cdot \sqrt{4(a-1) \cdot \frac{1}{(a-1)}} + 1$$

$$= 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

21. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
Ⅰ. $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$
Ⅱ. $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$

- ① 2 개
- ② 4 개
- ③ 6 개
- ④ 8 개
- ⑤ 12 개

해설

조건 Ⅰ에서, $x_1 = 0, x_2 = 0$ 이면
 $f(0) = f(0) + f(0)$ 에서 $f(0) = 0$
 $x_1 = 1, x_2 = -1$ 이면
 $f(0) = f(1) + f(-1)$ 에서, $f(-1) = -f(1)$
이때, 조건 Ⅱ에 의해
 $f(1) \neq 0, f(-1) \neq 0$
따라서, 두 조건을 만족시키는
함수 f 의 개수는 0이 대응할 수 있는
원소는 0의 1가지,
1이 대응할 수 있는 원소는
-2, -1, 1, 2의 4가지,
-1이 대응할 수 있는 원소는 $-f(1)$ 의 1가지,
따라서, $1 \times 4 \times 1 = 4$ (개)

22. $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ 에 대하여 $f_{n+1}(x) = f_1 \circ f_n(x) (n = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할때 $f_{2008}(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2007}$ ② $\frac{1}{2008}$ ③ $\frac{1}{2009}$ ④ $\frac{1}{4017}$ ⑤ $\frac{1}{4018}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 에서}$$

$$f_2(x) = (f_1 \circ f_1)(x) = f_1\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = (f_1 \circ f_2)(x)$$

$$= f_1\left(\frac{x}{2x+1}\right) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{3x+1}$$

$\vdots$

이상에서 $f_{2008}(x)$ 를 추정하면

$$f_{2008}(x) = \frac{x}{2008x+1}$$

$$\therefore f_{2008}(1) = \frac{1}{2008 \times 1 + 1} = \frac{1}{2009}$$

23. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $ad + bc = 2ad$

② $\frac{ad}{bc} = 1$

③ $\frac{bc-1}{bc} + \frac{1}{ad} = 1$

④ $\frac{1}{bc} - \frac{1}{ad} = 0$

⑤ $a - b = \frac{1}{c - d}$

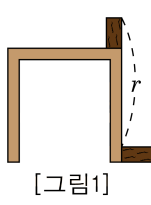
해설

①, ② $ad = bc$

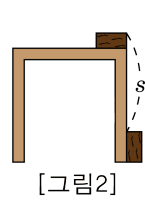
③ $\frac{adbc - ad + bc}{adbc} = \frac{adbc}{adbc} = 1$

④ $\frac{1}{bc} = \frac{1}{ad}$

24. 탁자의 높이를 재기 위하여 그림과 같이 크기가 같은 2개의 나무블럭을 쌓아 보았더니 [그림1]의 높이 r 은 32이었고, [그림2]의 높이 s 는 28이었다. 이 탁자의 높이는?



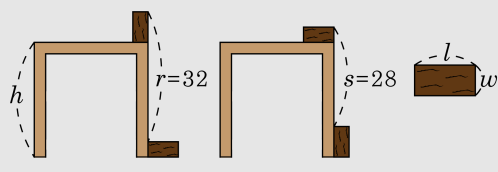
[그림1]



[그림2]

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설



책상의 높이를 h , 나무토막의 길이를 l , 폭을 w 라 하자.

$$l + h - w = 32, w + h - l = 28$$

$$\text{두 식을 더하면 } 2h = 60$$

$$\therefore h = 30$$

25. $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} - \sqrt{1-\frac{x+y}{4}}}$ 의 값을

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1, \quad x+y = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1+\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1-\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1-\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{4-2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)\end{aligned}$$

주어진 식에 대입하면

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$