

1. $a - b = 3$, $b - c = 1$ 일 때, $ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$ 의 값은?

① -14

② -12

③ -8

④ -4

⑤ 0

해설

$$a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \quad b - c = 1 \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} \text{에} \text{서} \quad a - c = 4$$

$$\therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$$

$$= ab(b - a) + c^2(b - a) - c(b^2 - a^2)$$

$$ab(b - a) + (b - a)\{c^2 - c(b + a)\}$$

$$= (b - a)(ab + c^2 - bc - ca)$$

$$= (b - a)\{a(b - c) + c(c - b)\}$$

$$= (b - a)(b - c)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$= 3 \times 1 \times (-4) = -12$$

2. $a - b = 1 + i$, $b - c = 1 - i$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$a - b = 1 + i \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$b - c = 1 - i \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 계산하면 $a - c = 2$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (1 + i)^2 + (1 - i)^2 + (-2)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 + 4 \}$$

$$= 2$$

3. 두 다항식 A, B 에 대하여 $\{A, B\} = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $\{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$

② $x - 1$

③ x

④ $x + 1$

⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

4. 이차식 $x^2 - xy - 2y^2 - ax - 3y - 1$ 이 x, y 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

(주어진 식) = 0 이라 놓고 x 에 관하여 정리하면

$$x^2 - (a + y)x - (2y^2 + 3y + 1) = 0$$

근의 공식에서

$$\begin{aligned} x &= \frac{a + y \pm \sqrt{(a + y)^2 + 4(2y^2 + 3y + 1)}}{2} \\ &= \frac{a + y \pm \sqrt{9y^2 + 2(a + 6)y + a^2 + 4}}{2} \end{aligned}$$

주어진 식이 x, y 에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식(= D) 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D = 9y^2 + 2(a + 6)y + a^2 + 4$ 의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4} = (a + 6)^2 - 9(a^2 + 4) = -8a^2 + 12a = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

5. x 가 실수일 때, 함수 $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3} = k \text{ 라 하면}$$

$$x^2 + 4x - 1 = k(x^2 - 2x + 3)$$

$$(k - 1)x^2 - (2k + 4)x + 3k + 1 = 0$$

$$D/4 = (k + 2)^2 - (k - 1)(3k + 1) \geq 0$$

$$-2k^2 + 6k + 5 \geq 0$$

근과 계수의 관계에 의해 최댓값 최솟값의 합은 3이다.

6. 사차방정식 $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

먼저 주어진 방정식을 x^2 으로 나누면

$$\text{방정식은 } x^2 - 6x + 11 - \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0 \text{이 된다.}$$

이 식에 α 를 넣어도 성립하므로

$\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 를 t 로 치환하면

$\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 는 3이 된다.

$$\text{따라서 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$$

7. 다음 x 에 관한 두 개의 이차방정식 $\begin{cases} x^2 - 2x + a^2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ x^2 - ax + 2a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$

에서 공통근이 오직 한 개일 때, a 의 값과 공통근 k 를 구하면?(단, a 는 실수)

① $a = 0$ 일 때 $k = 0$, $a = -1$ 일 때, $k = 1$

② $a = 2$ 일 때 $k = 1 \pm \sqrt{3}i$

③ $a = 1$ 일 때 $k = 1$, $a = 2$ 일 때, $k = 1$

④ $a = 3$ 일 때 $k = 2 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = 2$ 일 때 $k = -1$, $a = 3$ 일 때, $k = 1$

해설

공통근을 $x = k$ 라 하면

$$k^2 - 2k + a^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$k^2 - ka + 2a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

두 식을 빼주면, $(k + a)(a - 2) = 0$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } k = -a$$

i) $a = 2$ 일 때

①, ②이 같아지므로 성립하지 않는다.

ii) $k = -a$ 일 때

①에 넣으면 $a = 0$ 또는 $a = -1$

$$\begin{cases} a = 0 \text{ 이면 } k = 0 \\ a = -1 \text{ 이면 } k = 1 \end{cases}$$

8. 방정식 $xy + 4x - 2y - 11 = 0$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대하여 xy 의 값이 아닌 것은?

① -15

② -7

③ -3

④ 5

⑤ 15

해설

$xy + 4x - 2y - 11 = 0$ 에서 $(x - 2)(y + 4) = 3$

x, y 가 정수이므로

$(x - 2, y + 4) = (1, 3), (-1, -3), (3, 1), (-3, -1)$

$\therefore (x, y) = (3, -1), (1, -7), (5, -3), (-1, -5)$

$\therefore xy = -3, -7, -15, 5$

9. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 4$

② $4 < a < 7$

③ $a \leq 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 \leq a \leq 7$

해설

$$\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{a-4}{3} \end{cases}$$

정수 x 는 $-2, -1, 0$ 이므로 $0 < \frac{a-4}{3} \leq 1$

$\therefore 4 < a \leq 7$

10. 양의 실수 a, b, c 에 대하여, x 에 관한 연립이차부등식

$$\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases} \text{의 해가 존재할 때, 다음 <보기> 중 항상}$$

옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $a + c < b$

㉢ $a < 1$ 이고 $b < c$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 두 식의 판별식 값이

모두 $b^2 - 4ac$ 이고

$D > 0$ 이어야 해가 존재하므로 옳다.

㉡주어진 식에

1을 대입하면 성립한다.

11. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq$$

$$0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

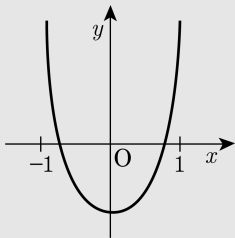
$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$



12. 두 점 $A(-2, 1)$, $B(4, -3)$ 에서 같은 거리에 있고 직선 $y = 2x - 1$ 위에 있는 점 P 의 좌표는?

① $(-3, -7)$

② $(-2, -5)$

③ $(3, 5)$

④ $(2, 3)$

⑤ $(2, 5)$

해설

점 P 의 좌표를 (a, b) 라 하면 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$(a + 2)^2 + (b - 1)^2 = (a - 4)^2 + (b + 3)^2$$

정리하면 $12a - 8b = 20$

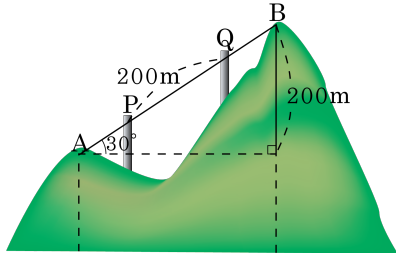
$$\therefore 3a - 2b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또, P 는 $y = 2x - 1$ 위에 있으므로

$$b = 2a - 1 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3$, $b = -7$

13. 다음 그림과 같이 두 산봉우리 A, B 지점을 직선으로 잇는 케이블을 설치하려고 한다. A, B의 높이 차는 200m 이고, A에서 B를 올려다 본 각은 30° 이다. 선분 AB를 $m:n$ 으로 내분하는 점 P와 $n:m$ 으로 내분하는 점 Q에 각각 지지대를 설치했더니, P와 Q 사이의 거리가 200m가 되었다. 이때, $\frac{n}{m}$ 의 값은? (단, 케이블의 늘어짐은 무시한다.)



① $\frac{5}{3}$

② 2

③ $\frac{7}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$\overline{AB} = \frac{200}{\sin 30^\circ} = 400(\text{m})$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n, \overline{AQ} : \overline{QB} = n : m \text{ 이므로}$$

$$\overline{AP} = x \text{ 라 하면}$$

$$\overline{QB} = 200 - x$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n, \overline{AQ} : \overline{QB} = n : m \text{ 이므로}$$

$$x : (400 - x) = (200 - x) : (200 + x)$$

$$\therefore x = 100$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = 100 : 300$$

$$\therefore \frac{n}{m} = 3$$

14. 직선 $y = 2x + a$ 를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동하면 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접한다고 한다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 5

④ 8

⑤ 10

해설

$$f(x : y) \rightarrow (x + 2, y + 1)$$

$$y = 2x + a \xrightarrow{f} (y - 1) = 2 \cdot (x - 2) + a$$

$$y = 2x - 4 + a + 1 = 2x + a - 3$$

직선 $2x - y + (a - 3) = 0$ 과 $(0, 0)$ 과의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |a - 3| = 5$$

$$a - 3 = \pm 5, a = 3 \pm 5$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

15. 세 개의 원소로 된 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에서 조건 $X \subset Y \subset A$ 를 만족하는 집합 X, Y 를 만들 수 있는 경우는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 27 개

해설

(i) $X = \emptyset$ 일 때, 집합 Y 는 집합 A 의 모든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개)

(ii) $X = \{a\}$ 일 때 집합 Y 는 원소 a 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$

$X = \{b\}, X = \{c\}$ 일 때도 마찬가지로 $3 \times 4 = 12$ (개)

(iii) $X = \{a, b\}$ 일 때 집합 Y 는 a, b 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 개수는 $2^1 = 2$ (개)

$X = \{a, c\}, X = \{b, c\}$ 일 때도 마찬가지로 $2 \times 3 = 6$ (개)

(iv) $X = \{a, b, c\}$ 일 때 $Y = \{a, b, c\}$ 뿐이므로 1 (개)

$\therefore$ 27 개

16. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로

$A \cap B = \{1, 3\}$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 9, 15\}$

$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

X 는 원소 1, 3 을 포함하는

$\{1, 3, 5, 9, 15\}$ 의 부분집합이므로

(집합 X 의 갯수) $= 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

17. 두 조건 $p : |x - k| \leq 1$, $q : -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -12

② -4

③ 8

④ 4

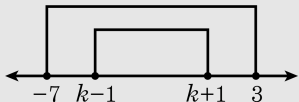
⑤ 12

해설

$$p : |x - k| \leq 1 \text{에서 } -1 \leq x - k \leq 1$$

$$\therefore k - 1 \leq x \leq k + 1 \cdots \textcircled{7}$$

$p \rightarrow q$ 가 참이면 $\textcircled{7}$ 이 $q : -7 \leq x \leq 3$ 에 포함되어야 한다.
수직선에 나타내면



$$k - 1 \geq -7 \therefore k \geq -6$$

$$k + 1 \leq 3 \therefore k \leq 2$$

따라서 k 의 최솟값은 -6, k 의 최댓값은 2 이다.

$$\therefore -6 + 2 = -4$$

18. 다음은 a, b 가 실수일 때, 보기 중에서 서로 동치인 것끼리 짝지어 놓은 것이다. 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $ab = 0$

㉡ $a^2 + b^2 = 0$

㉢ $a^2 + b^2 > 0$

㉣ $a = 0$ 이고 $b = 0$

㉤ $a = 0$ 또는 $b = 0$

㉥ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$

㉦ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$

㉧ $ab = 0$ 이고 $b \neq 0$

㉨ $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$

① ㉠과 ㉤

② ㉡와 ㉣

③ ㉢과 ㉦

④ ㉥와 ㉧

⑤ ㉣과 ㉨

해설

$$ab \leftrightarrow a = 0 \text{ 또는 } b = 0$$

$$a^2 + b^2 \leftrightarrow a = 0 \text{ 이고 } b = 0$$

$$a^2 + b^2 > 0 \leftrightarrow a \neq 0 \text{ 또는 } b \neq 0$$

$$ab = 0 \text{ 이고 } b \neq 0 \leftrightarrow a = 0 \text{ 이고 } b \neq 0$$

19. 조건 p, q, r 을 만족시키는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, $P = \{x | -1 \leq x \leq 1, x \geq 5\}$, $Q = \{x | x \geq a\}$, $R = \{x | x \geq b\}$ 이다. 이 때, 조건 q 는 p 이기 위한 필요조건이고, 조건 r 은 p 이기위한 충분조건이면 a 의 최댓값과 b 의 최솟값은?

- ① a 의 최댓값 1, b 의 최솟값 -1
- ② a 의 최댓값 -1, b 의 최솟값 1
- ③ a 의 최댓값 5, b 의 최솟값 -1
- ④ a 의 최댓값 -1, b 의 최솟값 5
- ⑤ a 의 최댓값 5, b 의 최솟값 -5

해설

$p \rightarrow q$, 즉 $P \subset Q$ 이면

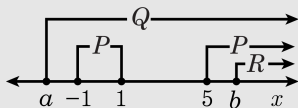
q 는 p 이기 위한 필요조건,

$r \rightarrow p$, 즉 $R \subset P$ 이면

r 은 p 이기 위한 충분조건이므로

$P \subset Q, R \subset P$ 가 되는 a, b 를 정할 수 있다.

문제의 조건을 만족시키도록 집합 P, Q, R 를 수직선 위에 나타내면



따라서, $a \leq -1, b \geq 5$

$\therefore a$ 의 최댓값 -1, b 의 최솟값 5

20. 두 조건 $p_n, q_n (n = 1, 2)$ 에 대하여 $P_n = \{x|x \text{는 } p_n \text{을 만족한다.}\}$, $Q_n = \{x|x \text{는 } q_n \text{을 만족한다.}\}$ 이고, p_1 은 p_2 이기 위한 필요조건, q_n 은 p_n 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1$

해설

p_1 은 p_2 이기 위한 필요조건이므로 $P_1 \supset P_2$, q_n 은 p_n 이기 위한 충분조건이므로 $P_1 \supset Q_1$, $P_2 \supset Q_2$

① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1 \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_1 \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1 \cup Q_2 \neq Q_1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

21. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) \leq x$ 를 만족한다. 이 때, 함수 f 의 개수는?

① 16 개

② 20 개

③ 24 개

④ 28 개

⑤ 32 개

해설

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1 의 1 개 $\Leftarrow f(1) \leq 1$

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1, 2 의 2 개 $\Leftarrow f(2) \leq 2$

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1, 2, 3 의 3개 $\Leftarrow f(3) \leq 3$

$f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1, 2, 3, 4 의 4개 $\Leftarrow f(4) \leq 4$

따라서, 구하는 함수 f 의 개수는

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ (개)

22. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f, g 가 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$ 의 값은?(단, $a \neq 0$)

① 60

② 55

③ 51

④ 48

⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = a(2x^2 + 3x + 1) + b \\ &= 2ax^2 + 3ax + a + b \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = 2(ax + b)^2 + 3(ax + b) + 1 \\ &= 2a^2x^2 + (4ab + 3a)x + 2b^2 + 3b + 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

모든 실수 x 에 대하여 $\textcircled{\text{㉠}} = \textcircled{\text{㉡}}$ 이므로

$$2a = 2a^2, \quad 3a = 4ab + 3a, \quad a + b = 2b^2 + 3b + 1$$

위의 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 0 (\because a \neq 0)$

즉, $f(x) = x$ 이므로

$$\begin{aligned}f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10) \\ = 1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = 55\end{aligned}$$

23. 실수 x 를 입력하면 실수 $\frac{x-1}{2x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\frac{2}{3}$ 를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력된 결과를 다시 입력하는 과정을 1999 번 반복하였을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 말하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

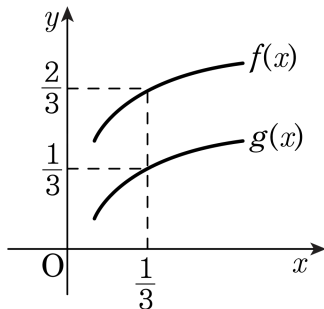
$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} \text{에서}$$

$$f_1\left(\frac{2}{3}\right) = -1, f_2(-1) = \frac{2}{3}$$

$$f_3\left(\frac{2}{3}\right) = -1, f_4(-1) = \frac{2}{3} \cdots$$

$$\text{따라서 } f_{1999}\left(\frac{2}{3}\right) = -1$$

24. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때, $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값은?



I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.

II. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

① $-\frac{2}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ 0

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$g(x)$ 의 주기는 2이므로

$$\begin{aligned} g\left(-\frac{7}{3}\right) &= g\left(-\frac{7}{3} + 2\right) = g\left(-\frac{1}{3}\right) = -g\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

25. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 는 $(x-3)(y-3)(z-3) = 0$ 과 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$ 을 모두 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$(x-3)(y-3)(z-3) = 0$ 을 전개하면

$$xyz - 3(xy + yz + zx) + 9(x + y + z) - 27 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 3(xy + yz + zx) = xyz \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } 9(x + y + z) = 27$$

$$\therefore x + y + z = 3$$