1. $x^2+x-1=0$ 일 때, x^5-5x 의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -3

해설

x^5-5x 를 x^2+x-1 로 나누면

즉, $x^5-5x=(x^2+x-1)\times$ 몫-3

$x^2+x-1=0$

$\therefore\ x^5-5x=-3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$x^2=-x+1$

$$\begin{aligned} x^5-5x &= (x^2)^2\times x-5x \\ &= x(-x+1)^2-5x \\ &= x^3-2x^2-4x \\ &= x(-x+1)-2(-x+1)-4x \\ &= -x^2-x-2 \\ &= -(x^2+x)-2 \\ &= -1-2=-3 \end{aligned}$$

2. 대각선의 길이가 28 이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176 인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

① $(x-a)(x-b)(x-c)$
$= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
$= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c)$
$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를
각각 a, b, c 라 하면 대각선의 길이는
$\sqrt{a^2+b^2+c^2} = 28$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 28^2 \cdots$ ㉠
또, 모든 모서리의 길이의 합은 176 이므로
$4(a+b+c) = 176$
$\therefore\ a+b+c = 44 \cdots$ ㉡
이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$ 이므로
$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \cdots$ ㉢
따라서 ㉠, ㉡을 ㉢에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152 이다.

3. x^2+ax+b, x^2+bx+a 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, 최소공배수는?

① $(x-2)(x-a)(x-b)$
② $(x+2)(x-a)(x-b)$
③ $(x+1)(x+a)(x+b)$
④ $(x+1)(x-a)(x-b)$
⑤ $(x-1)(x-a)(x-b)$

해설

$$\begin{cases} x^2+ax+b & \cdots ㉠ \\ x^2+bx+a & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡ : $(a-b)(x-1)$

㉠, ㉡ 에서 $a \neq b$ 이므로 최대공약수는 $x-1$ 이다.

$1+a+b=0$, $a=-1-b$, $b=-1-a$

이 때, ㉠은 $x^2-(1+b)x+b=(x-1)(x-b)$

㉡은 $x^2-(1+a)x+a=(x-1)(x-a)$

여기서, $a \neq b$ 이므로 $x-a$ 와 $x-b$ 는 서로 소이다.

따라서, 구하는 최소공배수는 $(x-1)(x-a)(x-b)$

4. α, β를 복소수라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\alpha+\beta i=0$ 이면 $\alpha=0,\ \beta=0$

② $\alpha+\beta i=r+\delta i$ 이면 $\alpha=r,\ \beta=\delta$

③ $\alpha^2+\beta^2=0$ 이면 $\alpha=0,\ \beta=0$

④ $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha=0$ 또는 $\beta=0$

⑤ $\alpha^2<0$

해설

① $\alpha=1,\ \beta=i$ 이면 $\alpha+\beta i=1+i^2=0$ 이지만 $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$ 이다.

② $\alpha=1,\ \beta=1$ 이면 $\alpha+\beta i=1+i$ 이고, $r=2,\ \delta=-1+i$ 이면 $r+\delta i=1+i$ 에서 $\alpha+\beta i=r+\delta i$ 이지만 $\alpha\neq r,\ \beta\neq\delta$ 이다.

③ $\alpha=1,\ \beta=i$ 이면 $\alpha^2+\beta^2=1+i^2=0$ 이지만 $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$ 이다.

④ $\alpha\neq 0$ 이고 $\beta\neq 0$ 이라 가정하고 $\alpha\beta=0$ 의 양변에 $\dfrac{1}{\alpha}$ 을 곱하면 $\beta=0$ 이 되어 모순이다. 따라서 $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha=0$ 또는 $\beta=0$ 이다.

⑤ $(\text{순허수})^2<0$ 이나 $\alpha=1+i$ 이면 $\alpha^2=(1+i)^2=2i$ 가 되어 양수도 음수도 아니다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

5. $z = \dfrac{1+i}{1-i}$ 일 때, $1 + z + z^2 + \cdots + z^{2008}$ 의 값은?

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ i ⑤ 1

해설

$z = \dfrac{1+i}{1-i} = i, z^2 = -1,\ z^3 = -i,\ z^4 = 1$

(준식) : $1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{2008}$

처음 네 항의 합 :

$1 + i - 1 - i = 0$

$1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{2008}$

$= 0 + 0 + \cdots + 0 + z^{2008}$

$= z^{2008}$

$= (z^4)^{502}$

$= 1$

6. α, β가 x에 관한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$의 두 근일 때, 다음 방정식의 근은?

$$(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$$

① $\alpha,\ \beta$　　② $\dfrac{1}{\alpha},\ \dfrac{1}{\beta}$　　③ $p,\ q$

④ $\dfrac{1}{p},\ \dfrac{1}{q}$　　⑤ $-p,\ -q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$을 정리하면

$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$

이 방정식의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha+\beta=-(p+q),\ \alpha\beta=pq-k \cdots$ ㉮

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$을 정리하면

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$

$\therefore\ x^2+(p+q)x+pq=0$ ($\because$ ㉮ 대입)

$\therefore\ (x+p)(x+q)=0$

따라서 구하는 두 근은 $x=-p,\ -q$

7. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$을 대입하면
$1 = 0$이 되어 모순이므로 $x \neq 0$이다.
따라서, 주어진 식의 양변을
x^2으로 나누면

$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

여기서 $x + \frac{1}{x} = X$로 놓으면

$X^2 + 5X - 14 = 0$, $(X + 7)(X - 2) = 0$

$\therefore X = -7$ 또는 $X = 2$

(i) $X = -7$일 때,

$x + \frac{1}{x} = -7$에서

$x^2 + 7x + 1 = 0$

$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

(ii) $X = 2$일 때,

$x + \frac{1}{x} = 2$에서

$x^2 - 2x + 1 = 0$, $(x - 1)^2 = 0$

$\therefore x = 1$

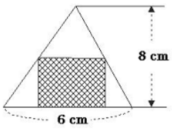
(i), (ii)로부터

$x = 1$(중근) 또는 $x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

따라서, 모든 근의 합은

$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6$이다.

8. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$, 높이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가 $12\,\mathrm{cm}^2$ 인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로의 길이를 구하여 라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $3\,\mathrm{cm}$

해설

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를 α , 세로를 β 라 하자.
닮음 조건에 의해 $\alpha : 8 - \beta = 3 : 4$
$\Rightarrow \quad 3\beta = 24 - 4\alpha,$
넓이가 12 이므로 $\alpha\beta = 12$
$\therefore \quad \alpha\beta = \alpha(8 - \frac{4}{3}\alpha) = 12, \ (\alpha - 3)^2 = 0$
$\therefore \quad \alpha = 3$

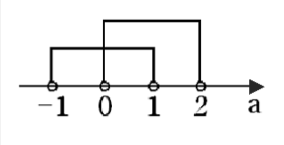
9. $x^2 - 2ax + 1 = 0$, $x^2 - 2ax + 2a = 0$중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a의 범위를 정할 때, $\alpha \le a < \beta$이다. 이때 $\alpha + \beta$의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\dfrac{D_1}{4} = a^2 - 1 < 0$에서 $-1 < a < 1$

$\dfrac{D_2}{4} = a^2 - 2a < 0$에서 $0 < a < 2$



그림에서 $a > 0$이므로 $1 \le a < 2$

$\therefore\ \alpha = 1,\ \beta = 2$

10. 두 부등식 $x^2 - 2x - 8 > 0$,
$x^2 - (2a+1)x + a^2 + a < 0$에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 범위를 $b \le a \le c$라 할 때, $b+c$의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$(x-4)(x+2) > 0$,

$\therefore\ x > 4,\ x < -2$

$x^2 - (2a+1)x + a(a+1) < 0$

$(x-a)(x-a-1) < 0$

두 부등식의 공통범위가 없으려면

$a \ge -2,\ a+1 \le 4 \rightarrow a \le 3$

$\therefore\ -2 \le a \le 3$

$\therefore\ b = -2,\ c = 3$

$\therefore\ b + c = 1$

11. 이차방정식 $x^2+mx+m+1=0$ 의 한 근은 -1과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 1과 2 사이에 있도록 m의 값의 범위를 정하면?

① $m<-1$ ② $-\frac{5}{3}<m<-1$ ③ $-\frac{5}{2}<m<1$

④ $-\frac{5}{3}<m<0$ ⑤ $-\frac{5}{2}<m<0$

해설

$x^2+mx+m+1=f(x)$ 라 하면,

$f(-1)>0,\quad f(0)<0,\quad f(1)<0,\quad f(2)>0$

$\therefore\quad 2>0,\quad m+1<0\quad 2m+2<0,\quad 3m+5>0$

위 네 부등식을 연립하면

$\therefore\ -\frac{5}{3}<m<-1$

12. 직선 $3x+y=8$이 두 점 $\mathrm{A}(4,\ -3)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$를 잇는 선분 AB를 $1\ :\ m$으로 내분할 때, 상수 m의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 $\mathrm{A}(4,\ -3)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1\ :\ m$ 으로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{4m+1}{m+1},\ \dfrac{-3m+2}{m+1}\right)$ 이다.

이 점이 직선 $3x+y=8$ 위에 있으므로

$$3\times\frac{4m+1}{m+1}+\frac{-3m+2}{m+1}=8$$

따라서 $m=3$

13. 세 원 $x^2+y^2-4x-4y+4=0$, $x^2+y^2-8x-6y+16=0$, $(x-a)^2+(y-b)^2=25$ 를 각각 C_1, C_2, C_3 라고 하자. 이 때, C_1, C_2 의 공통현과 C_1, C_3 의 공통현이 일치하도록 하는 양수 a, b 의 값에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{95}}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{101}}{5}$ ③ $\dfrac{\sqrt{105}}{5}$
④ $\dfrac{\sqrt{110}}{5}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{115}}{5}$

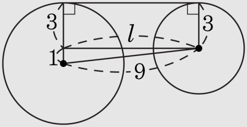
해설

두 원 C_1, C_2 의 공통현의 방정식은
$(x^2+y^2-4x-4y+4)-(x^2+y^2-8x-6y+16)=0$
$\therefore 2x+y-6=0 \cdots\cdots$ ㉠
원 C_3 의 방정식을 변형하면
$x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-25=0$ 이고,
두 원 C_1, C_3 의 공통현의 방정식은
$(2a-4)x+(2b-4)y-(a^2+b^2-29)=0 \cdots$ ㉡
두 직선 ㉠, ㉡이 일치하므로
$\dfrac{2a-4}{2}=\dfrac{2b-4}{1}=\dfrac{a^2+b^2-29}{6}$
$\dfrac{2a-4}{2}=\dfrac{2b-4}{1}$ 에서 $2a-4=4b-8$
$\therefore a=2b-2 \cdots\cdots$ ㉢
$\dfrac{2b-4}{1}=\dfrac{a^2+b^2-29}{6}$ 에 ㉢을 대입하면
$12b-24=(2b-2)^2+b^2-29$
$5b^2-20b-1=0$
$\therefore b=\dfrac{10\pm\sqrt{105}}{5}$
그런데 $b>0$ 이므로 $b=\dfrac{10+\sqrt{105}}{5}$
$\therefore a-b=\dfrac{\sqrt{105}}{5}$

14. 두 원 $x^2+y^2=16$, $(x-9)^2+y^2=9$ 의 공통외접선의 길이를 l 이라 하고 공통내접선의 길이를 m 이라 할 때, l^2-m^2 의 값은?

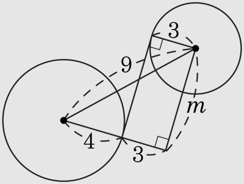
① 48 ② -48 ③ 32 ④ -32 ⑤ 30

해설



중심이 (0, 0) (9, 0) 이므로
중심간의 거리는 9이다.

$\therefore\ l^2=9^2-1^2$



$\therefore\ m^2=9^2-7^2$

$\therefore\ l^2-m^2=(9^2-1^2)-(9^2-7^2)$

$=-1^2+7^2=48$

15. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 100 이상 200 이하 15의 배수$\}$,

$B = \{x \mid x$는 80 보다 작은 2의 배수$\}$ 일 때,

$n(B) - n(A)$는?

① 10　② 14　③ 19　④ 27　⑤ 32

해설

$n(A) = 7, \ n(B) = 39$

$n(B) - n(A) = 39 - 7 = 32$

16. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 포함하는 것의 개수를 구하면?

① 32 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 120

해설

'적어도~ '문제에서는 반대의 경우의 수를 구하여 모든 경우의 수에서 빼준다.
모든 부분집합의 수 : $2^6 = 128$ 짝수로만 만들 수 있는 부분집합의 수 : $2^3 = 8$
$\therefore 128 - 8 = 120$

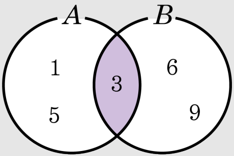
17. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$일 때, 집합 B를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3,\ 6,\ 9\}$

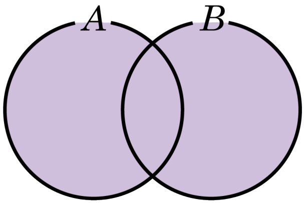
해설

$A = \{1, 3, 5\}$이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$이다.

18. 두 집합 $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 15\}$, $B=\{3\times x \mid x\in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.

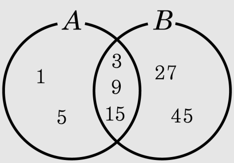


▶ 답 :

▷ 정답 : 105

해설

$B=\{3\times x \mid x\in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.
원소나열법으로 고쳐보면,
$B=\{3,\ 9,\ 15,\ 27,\ 45\}$ 이다.
벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 15,\ 27,\ 45\}$ 이다.
따라서 모든 원소의 합은
$1+3+5+9+15+27+45=105$ 이다.

19. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 15$, $A \cap C = \varnothing$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

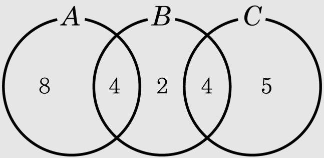
▷ 정답 : 23

해설

$n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(B \cup C) = 15$ 이므로

$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$

$A \cap C = \varnothing$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 $\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$



20. 다음은 명제 '세 자연수 a, b, c에 대하여, $a^2+b^2=c^2$이면, a, b, c 중 적어도 하나는 3의 배수이다.'의 참, 거짓을 대우를 이용하여 판별하는 과정이다.

> 주어진 명제의 대우는
> '세 자연수 a,b,c 에 대하여 a,b,c 모두 3의 배수가 아니면 $a^2+b^2\neq c^2$'이므로
> $a^2+b^2=3m+$[㉠], $c^2=3n+$[㉡]
> $\therefore\ a^2+b^2\neq c^2$ (단, m, n은 음이 아닌 정수) 따라서 대우가 [㉢]이므로 주어진 명제도 [㉢]이다.

위의 과정에서, ㉠, ㉡, ㉢에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 바르게 나열한 것은?

① 1, 0, 참 ② 1, 2, 거짓 ③ 2, 1, 참
④ 2, 0, 참 ⑤ 0, 1, 참

해설

(대우 'a,b,c 모두 3의 배수가 아니라면 $a^2+b^2\neq c^2$'
이것의 참, 거짓을 증명하는 과정이다.
$a=3p\pm1$, $b=3q\pm1$, $c=3r\pm1$ 이면 $a^2=3(3p^2\pm2p)+1, b^2=3(3q^2\pm2q)+1$ 이므로
$a^2+b^2=3m+2$ (m은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.
$\therefore$ [㉠] $=2$
그리고 $c^2=3(3r^2\pm2r)+1$ 이므로
$c^2=3n+1$ (n은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.
$\therefore$ [㉡] $=1$
$\therefore a^2+b^2\neq c^2$
따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.
$\therefore$ [㉢] $=$ 참

21. 함수 $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$ 에 대하여 $f^9\left(\dfrac{1}{2}\right) + f^{10}\left(\dfrac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하면?
(단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$ 이다.)

① $\dfrac{80}{399}$　② $\dfrac{82}{399}$　③ $\dfrac{83}{399}$　④ $\dfrac{85}{399}$　⑤ $\dfrac{86}{399}$

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = f(\frac{x}{x+1}) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1}+1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(\frac{x}{2x+1}) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1}+1}$$

$$= \frac{x}{3x+1}$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = f(\frac{x}{3x+1}) = \frac{\frac{x}{3x+1}}{\frac{x}{3x+1}+1}$$

$$= \frac{x}{4x+1}$$

이제 $f^{n-1}(x) = \dfrac{x}{(n-1)x+1}$ 라고 놓으면

$$f^n(x) = f(f^{n-1}(x)) = f\left(\frac{x}{(n-1)x+1}\right)$$

$$= \frac{\frac{x}{(n-1)x+1}}{\frac{x}{(n-1)x+1}+1} = \frac{x}{(n-1)x+1+x}$$

$$= \frac{x}{nx+1}$$

$$\therefore\ f^9(2) + f^{10}(2) = \frac{2}{9\cdot 2+1} + \frac{2}{10\cdot 2+1} = \frac{80}{399}$$

22. 양의 실수에서 정의된 두 함수 $f(x)=x^2+2x$, $h(x)=\dfrac{100x+200}{f(x)}$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(h\circ g)(8)$ 의 값은?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$g(8)=k$ 라고 하면 $f(k)=8$ 이다.

$\Rightarrow k^2+2k=8$

$\Rightarrow k=-4,2 \Rightarrow k=2(\because\ k>0)$

$\therefore\ (h\circ g)(8)=h(g(8))=h(2)$

$$=\frac{100\times 2+200}{f(2)}=50$$

23. 분수함수 $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

Ⅰ. $f(0) = g(0) = -1$
Ⅱ. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.
Ⅲ. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

① Ⅰ　② Ⅰ, Ⅱ　③ Ⅰ, Ⅲ
④ Ⅱ, Ⅲ　⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ

해설

Ⅰ. $f(0) = -1,\ g(0) = \dfrac{1}{f(0)} = -1$

$\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>

Ⅱ. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로

$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{f(x)}$$

$= g(x)$ -<참>

Ⅲ. $y = f(x-1) = \dfrac{x-2}{x} = 1 - \dfrac{2}{x}$

따라서, 점근선은 $x = 0, y = 1$

$y = g(x+1) = \dfrac{x+2}{x} = 1 + \dfrac{2}{x}$

따라서 점근선은 $x = 0, y = 1$ -<참>

따라서 옳은 것은 (Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ) 이다.

24. $x=2+\sqrt{3}$일 때, x^3-2x^2+3x+4의 값은?

① $11+5\sqrt{3}$ ② $11+10\sqrt{3}$ ③ $22+5\sqrt{3}$

④ $22+10\sqrt{3}$ ⑤ $22+15\sqrt{3}$

해설

$x=2+\sqrt{3}$에서 $x-2=\sqrt{3}$

양변을 제곱하면

$x^2-4x+4=3 \quad \therefore \quad x^2-4x+1=0$

x^3-2x^2+3x+4

$=(x+2)(x^2-4x+1)+10x+2$

$=10x+2$

$=10(2+\sqrt{3})+2$

$=22+10\sqrt{3}$

25. 함수 $y = \sqrt{x - \frac{1}{4}}$ 과 이 함수의 역함수와의 교점의 좌표를 $\mathrm{P}\ (a, b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

함수 $y = \sqrt{x - \frac{1}{4}}$ 의 역함수는 $x = \sqrt{y - \frac{1}{4}}$ 이고

이것은 $y = x$ 와 대칭관계에 있다.

따라서 두 곡선 $y = \sqrt{x - \frac{1}{4}}$, $x = \sqrt{y - \frac{1}{4}}$ 의 교점은

$y = \sqrt{x - \frac{1}{4}}$ 과 $y = x$ 의교점과같다.

$\sqrt{x - \frac{1}{4}} = x$ 에서 $x - \frac{1}{4} = x^2$

$4x^2 - 4x + 1 = 0, (2x - 1)^2 = 0, \therefore x = \frac{1}{2}$

즉 $\mathrm{P}\ (a, b) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에서 $a + b = 1$