

1. 등식 $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

① 28

② 26

③ 15

④ 14

⑤ 13

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 - \textcircled{㉠}$$

2. 다항식 $x^{51} + 30$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. 이때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + R$ 이라 하면

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 29$

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + 29$

$Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는

$Q(1)$, $x = 1$

3. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ &p = -1, q = 1, r = 1 \\ &\therefore p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}</$$

4. 두 복소수 x, y 에 대하여 $x + y = 2 + 3i$ 라 할 때, $x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$ 의 값은?

① 13

② $11 + 2i$

③ 12

④ $12 - i$

⑤ 11

해설

$$x + y = 2 + 3i, \bar{x} + \bar{y} = 2 - 3i$$

$$x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$$

5. $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(1+p\alpha+\alpha^2)(1+p\beta+\beta^2)$ 의 값을 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 13

해설

α, β 가 $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha^2 + (p-3)\alpha + 1 = 0 \dots\dots ①$$

6. 실계수의 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 허근 α, β 를 갖고, 두 허근 사이에 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 인 관계가 성립한다고 한다. 이 때, $b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

계수가 실수이므로
 $\alpha = p + qi$ 이면 $\beta = p - qi$ ($q \neq 0$)
 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 이므로
 $(p + qi)^2 + 2(p - qi) = 1$ 에서
 $(p^2 - q^2 + 2p - 1) + 2q(p - 1)i = 0$
 $\therefore p^2 - q^2 + 2p - 1 = 0, 2q(p - 1) = 0$
 $q \neq 0$ 이므로
 $p = 1, q^2 = 2$
 $\therefore \alpha + \beta = 2p = 2, \alpha\beta = p^2 + q^2 = 3$
 $\therefore x^2$

7. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60^\circ$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?

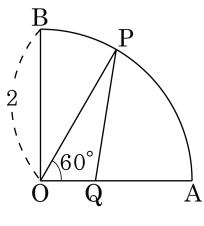
① $\frac{13}{4}$

④ $\frac{17}{4}$

② $\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$

③ $\frac{15}{4}$



8. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15 = 0$ 의 한근이 $1 + 2i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

한 근이 $1 + 2i$ 이면 $x = 1 + 2i, x^2 = -3 + 4i, x^3 = -11 - 2i, x^4 = -7 - 24i,$
 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15$
 $= (-7 - 24i) + a(-11 - 2i) + b(-3 + 4i) + 14(1 + 2i) + 15 = 0,$
 $(-11a - 3b - 7 + 14 + 15) + (-24 - 2a + 4b + 28)i$
 $\therefore 11a + 3b = 22, -2a + 4b = -4$
연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

