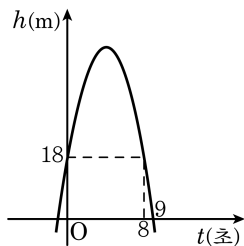


1. 다음은 지면으로부터 18m 의 높이에서 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이 h m 를 그래프로 나타낸 것이다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.



▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 50m

해설

이차함수의 식을 $h = at^2 + bt + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 18)$, $(8, 18)$, $(9, 0)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$18 = c$, $18 = 64a + 8b + c$, $0 = 81a + 9b + c$ 이므로 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 16$, $c = 18$ 이다.

즉, $h = -2t^2 + 16t + 18 = -2(t - 4)^2 + 50$

따라서 $t = 4$ 일 때, h 는 최댓값 50 을 갖는다.

2. 지면으로부터 60m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 의 속도로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 20t + 60$ 인 관계식이 성립한다고 한다. 이 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 초

해설

지면에 떨어질 때 높이는 0m 이다.

$$-5t^2 + 20t + 60 = 0 +$$

$$t^2 - 4t - 12 = 0$$

$$t = 6, -2$$

∴ 6 초

3. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$

4. 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + a + 1 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$ 의 값이 최소일 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $-\frac{1}{4}$

④ 0

⑤ 3

해설

$x^2 + (a+1)x + a + 1 = 0$ 이 실근을 가지므로
 $D = (a+1)^2 - 4(a+1) \geq 0$, $(a+1)(a-3) \geq 0$
 $\therefore a \leq -1$ 또는 $a \geq 3$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -(a+1)$, $\alpha\beta = a+1$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= (a+1)^2 - (a+1) \\ &= a^2 + a = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\end{aligned}$$

이때, $a \leq -1$ 또는 $a \geq 3$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$ 는 $a = -1$ 일 때 최솟값을 갖는다.

5. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,

$$y = x(30 - x)$$

$$= -x^2 + 30x$$

$$= -(x - 15)^2 + 225$$

$x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

6. 합이 20 인 두 수의 곱이 최대가 될 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 10

해설

두 수를 각각 x , $20 - x$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(20 - x) \\ &= -x^2 + 20x \\ &= -(x - 10)^2 + 100 \end{aligned}$$

$x = 10$ 일 때, 최댓값 100 을 갖는다.

$\therefore x = 10, 20 - x = 10$

따라서 두 수는 10, 10

7. x 가 실수일 때, 함수 $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3} = k \text{ 라 하면}$$

$$x^2 + 4x - 1 = k(x^2 - 2x + 3)$$

$$(k - 1)x^2 - (2k + 4)x + 3k + 1 = 0$$

$$D/4 = (k + 2)^2 - (k - 1)(3k + 1) \geq 0$$

$$-2k^2 + 6k + 5 \geq 0$$

근과 계수의 관계에 의해 최댓값 최솟값의 합은 3이다.

8. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ 을 만족시킬 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 4x + (y^2 + y - 2) = 0$ 에서 x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4 - y^2 - y + 2 \geq 0$$

$$(y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 2$$

따라서 y 의 최댓값은 2, 최솟값은 -3이다.

9. 실수 x, y 가 방정식 $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값과 최솟값을 구하면 ?

- ① 최댓값 1, 최솟값 -3 ② 최댓값 3, 최솟값 -1
③ 최댓값 3, 최솟값 1 ④ 최댓값 -1, 최솟값 -3
⑤ 최댓값 4, 최솟값 -1

해설

x 에 관해 내림차순으로 정리하면

$$4x^2 - 16x + y^2 + 2y + 13 = 0$$

실수의 해를 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-8)^2 - 4(y^2 + 2y + 13) \geq 0$$

$$\therefore y^2 + 2y - 3 \leq 0$$

$$\therefore (y + 3)(y - 1) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 1$$

따라서, 최댓값은 1, 최솟값은 -3