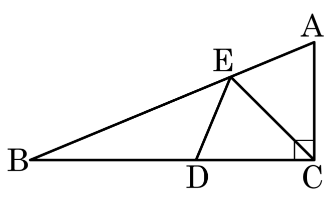
1. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

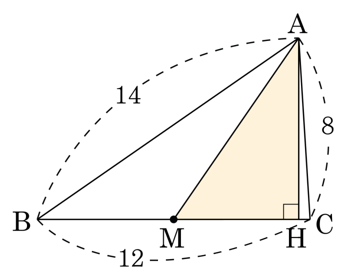
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

2. 다음 그림 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, 색칠한 도형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2805}{16}$

해설

$\overline{CH} = x$라 하면 $\overline{BH} = 12 - x$이고
두 직각삼각형에서 $\overline{AH}$가 공통이므로
$8^2 - x^2 = 14^2 - (12 - x)^2$
$\therefore x = \frac{1}{2}$
$\overline{CM} = 6$이므로 $\overline{MH} = \frac{11}{2}$
$\overline{AH} = 8^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{255}{4}$
$\therefore \triangle AMH = \frac{1}{2} \times \frac{11}{2} \times \frac{255}{4} = \frac{2805}{16}$

3. 길이가 3, 4, 5, 6, 7 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 둔각삼각형일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

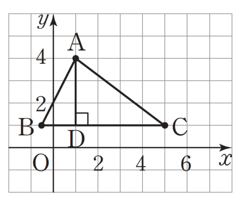
▷ 정답 : $\frac{5}{9}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 6), (4, 5, 7), (4, 6, 7), (5, 6, 7) 의 9 가지이다.
이 중 둔각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 커야 하므로 (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 7) 의 5 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{9}$ 이다.

4.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. $A(1,\ 4)$, $B\left(-\frac{3}{5},\ 1\right)$, $C(5,\ 1)$일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{42}{5}$

해설

점 D의 좌표가 $(1,\ 1)$이므로

$\overline{AD}=3$, $\overline{BD}=\frac{8}{5}$, $\overline{CD}=4$

$\triangle ABD$에서

$\overline{AB}^2=\left(\frac{8}{5}\right)^2+3^2=\frac{289}{25}$ $\quad\therefore\ \overline{AB}=\frac{17}{5}$

$\triangle ADC$에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=5$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{AC}=\frac{17}{5}+5=\frac{42}{5}$

5. 유진이를 포함한 6명의 후보 중에서 세 사람의 대표를 뽑을 때, 유진이는 반드시 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 10가지

해설

유진이를 제외한 5명의 후보 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 5명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4}{2\times1}=10$(가지)

2명의 대표를 뽑은 각각의 경우에 유진이를 포함시키면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 10가지

6. 모든 자연수 n에 대하여 함수 $f(n)$을 $f(n) = (n$의 각 자리의 수의 곱$)$으로 정의한다. 예를 들면, $f(47) = 4 \times 7 = 28$이다. 일의 자리가 0이 아닌 두 자리의 자연수 a, b, c가 $f(a) + f(b) + f(c) = 6$을 만족할 때, 세 수 a, b, c의 곱 abc의 값은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 11 가지

해설

합이 6인 세 수는 $(1,\ 2,\ 3)$, $(1,\ 1,\ 4)$, $(2,\ 2,\ 2)$의 세 가지 경우뿐이다.

(1) 각 자리 수의 곱이 1인 두 자리 수는 11, 2인 수는 12, 21, 3인 수는 13, 31이므로
$(1, 2, 3)$인 경우 abc의 경우의 수는 $1 \times 2 \times 2 = 4$(가지)

(2) 각 자리 수의 곱이 4인 두 자리 수는 14, 41, 22의 세 가지이므로
$(1,\ 1,\ 4)$인 경우 abc의 경우의 수는 $1 \times 1 \times 3 = 3$(가지)

(3) $(2, 2, 2)$인 경우 세수의 곱 abc는
$(12 \times 12 \times 12)$, $(12 \times 12 \times 21)$, $(12 \times 21 \times 21)$, $(21 \times 21 \times 21)$의 4(가지)

$\therefore\ 4 + 3 + 4 = 11$ (가지)

7. 수직선의 원점 위에 점 A가 있다. 주사위를 던져 소수가 나오면 오른쪽으로 1만큼, 소수가 아닌 수가 나오면 왼쪽으로 1만큼 점 A를 움직이기로 할 때, 주사위를 3회 던져 점 A가 -1의 위치에 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

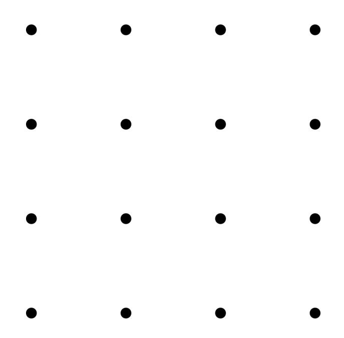
▷ 정답: 81 가지

해설

원점에서 점 A가 -1의 위치에 오려면
주사위를 던졌을 때, 소수는 한번, 소수가 아닌 수는 두 번이 나와야 한다.

소수는 2, 3, 5 세 가지이고, 소수가 아닌 수는 1, 4, 6 세 가지이다.
소수를 X, 소수가 아닌 수를 Y라 하면
소수가 한 번, 소수가 아닌 수는 두 번이 나오는 경우는
(X, Y, Y), (Y, X, Y), (Y, Y, X)의 세 가지 경우이다.
따라서 $(3 \times 3 \times 3) \times 3 = 81$(가지)

8. 다음 그림과 같이 일정한 간격으로 16 개의 점이 있다. 이 점 중 임의의 두 점을 연결하여 만든 서로 다른 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 62 개

해설

서로 다른 두 점이 한 직선을 결정하므로 16 개의 점을 이어서 만들어지는 직선의 수는

$\frac{16 \times 15}{2} = 120$(개) 이다.

이 중 동일한 직선 위의 세 점을 이은 4 가지 경우는 중복되므로 중복되는 직선의 개수는 $4 \times (3 - 1) = 8$ 이다.

네 점을 이은 10 가지 경우는 중복되므로 중복되는 직선의 개수는 $10 \times (6 - 1) = 50$(개) 이다.

따라서 구하는 직선의 개수는 $120 - 8 - 50 = 62$(개) 이다.

9. 6 개의 숫자 0, 1, 3, 5, 8, 9 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만들 때, 십의 자리 숫자가 천의 자리 숫자보다 크고, 백의 자리 숫자보다도 클 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{10}$

해설

6 개의 숫자 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만드는 모든 경우의 수는

$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ (가지)

이때, 십의 자리의 숫자가 천의 자리와 백의 자리 숫자보다 커야 하므로

(1) $\square\square 9 \square$ 의 경우 : $4 \times 4 \times 3 = 48$ (가지)

(2) $\square\square 8 \square$ 의 경우 : $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)

(3) $\square\square 5 \square$ 의 경우 : $2 \times 2 \times 3 = 12$ (가지)

(4) $\square\square 3 \square$ 의 경우 : $1 \times 1 \times 3 = 3$ (가지)

(1) ~ (4) 에서 경우의 수는 $48 + 27 + 12 + 3 = 90$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{90}{300} = \frac{3}{10}$ 이다.

10. 다섯 장의 카드의 뒷면에 2, 3, 4, 5, 6가 각각 쓰여져 있다. 카드를 한 장 뽑아 그 카드에 쓰여진 숫자를 a 라 한다. 분수 $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타낼 때 순환소수로 나타내어질 확률은?

① 0　　② $\frac{1}{5}$　　③ $\frac{2}{5}$　　④ $\frac{3}{5}$　　⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\frac{1}{2} = 0.5$,$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$,$\frac{1}{4} = 0.25$,$\frac{1}{5} = 0.2$.$\frac{1}{6} = 0.1\dot{6}$ 이므로

$a = 3$ 또는 6 일 때 순환소수가 된다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

11. 남자 세 명과 여자 네 명으로 구성된 동아리가 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 여자 네 명은 항상 떨어져 있을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{35}$

해설

7 명의 동아리 구성원을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 7! 가지 이다.
○남 ○ 남 ○ 남○ 의 4 개의 자리에 여자 네 명을 일렬로 세우면 여자들은 각각 떨어져 있게 되므로 4! 가지 이다.
또 남자 세 명을 일렬로 세우는 방법은 3! 가지 이므로 구하는 확률은 $\frac{4!3!}{7!} = \frac{1}{35}$
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

12. 주사위를 한 번 던졌을 때 나온 눈의 수를 x라 하면, $x+6<12$가 될 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

주사위를 한 번 던졌을 때 나온 눈의 수 중에서
$x+6<12$를 만족하는 수 x는 $1, 2, 3, 4, 5$중의 하나이다.
주사위를 한 번 던지면 나오는 경우의 수는 6가지이고,
x가 될 수 있는 경우의 수는 5가지이므로
구하는 확률은 $\frac{5}{6}$이다.

13. 어느 동물의 $62.5\,\%$ 는 수컷이고, $37.5\,\%$ 는 암컷이다. 이 동물 3 마리를 임의로 골랐을 때, 적어도 한 마리가 수컷일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{485}{512}$

해설

$37.5\,\%$ 는 암컷이므로 암컷일 확률은 $\frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$

3 마리 모두 암컷일 확률은 $\frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{27}{512}$

따라서 적어도 1 마리가 수컷일 확률은

$1 - \frac{27}{512} = \frac{485}{512}$ 이다.

14. 네 개의 연속하는 자연수를 일렬로 나열할 때, 크기순으로 나열될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{12}$

해설

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
가장 작은 자연수를 a라고 하면
크기순으로 나열되는 경우는
$(a, a+1, a+2, a+3)$, $(a+3, a+2, a+1, a)$ 의 두 경우이므로
구하는 확률은 $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ 이다.

15. 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 동전의 뒷면과 주사위의 짝수의 눈이 나오거나 동전의 앞면과 주사위의 2 의 배수의 눈이 나올 확률은?

① $\frac{3}{8}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{5}{8}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{7}{8}$

해설

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

16. A 주머니에는 흰 공 4 개, 검은 공 5 개가 들어 있고, B 주머니에는 흰 공 3 개, 검은 공 2 개가 들어 있다. A, B 두 주머니에서 임의로 각각 1 개씩 공을 꺼낼 때, 같은 색의 공을 꺼낼 확률은?

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{22}{45}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{11}{20}$ ⑤ $\frac{37}{50}$

해설

(i) 두 개 모두 흰 공일 확률은 $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{15}$

(ii) 두 개 모두 검은 공일 확률은 $\frac{5}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{9}$

(i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{4}{15} + \frac{2}{9} = \frac{22}{45}$

17. 양궁 선수 찬영이가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고, 찬영, 여준 중 적어도 1 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{4}$ 이다. 여준, 준호 중 적어도 1 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{3}{4}$ 일 때, 찬영, 준호 중 적어도 1 명이 목표물을 명중시킬 확률은?

① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

해설

여준, 준호가 목표물을 명중시킬 확률을 각각 b , c 라 하면

$1-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times(1-b)=\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}(1-b)=\frac{1}{4}$

$\therefore b=\frac{2}{3}$

$1-\left(1-\frac{2}{3}\right)\times(1-c)=\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}(1-c)=\frac{1}{4}$

$\therefore c=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1-\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=1-\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{7}{16}$ 이다.

18. 세 명이 가위바위보를 하여 진 사람은 빠지고 마지막에 남는 한 명이 승리하게 된다. 가위바위보를 3 회 하였을 때 여전히 승리자가 나오지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{27}$

해설

가위바위보를 3 회 하였을 때 여전히 승리자가 나오지 않는 상황은 가위바위보 게임을 3 회 진행한 후 2 명이 남아있는 상황 또는 3 회 진행 후에도 3 명이 남는 상황이다.

(1) 1 회 게임을 한 후 3 명이 남아 있을 확률은 3 명이 같은 것을 낼 경우 또는 3 명이 서로 다른 것을 낼 경우이므로 $\frac{3+6}{27} = \frac{1}{3}$ 이다.

(2) 1 회 게임을 한 후 2 명이 남아 있을 확률은 $\frac{3\times3}{27} = \frac{1}{3}$ 이다.

3 회 게임을 한 후 2 명이 남아있을 경우를 세 가지 형태로 나눌 수 있다.

	처음	1회	2회	3회
①	3 →	3 →	3 →	2
②	3 →	3 →	2 →	2
③	3 →	2 →	2 →	2

2 명이 1 회 게임을 할 때, 승패가 나지 않을 경우는 2 명이 같은 것을 낼 경우이므로 그 확률은 $\frac{1}{3}$

이것과 (1), (2)의 결과를 위의 세 가지 경우에 각각 적용하면

①의 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

②의 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

③의 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

따라서 3 회 경기 후 2 명이 남아 있을 확률은 $\frac{1}{27} + \frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{1}{9}$ 이다.

또, 3 회 경기 후 3 명이 남아 있을 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

즉, 가위바위보를 3 회 하였을 때 여전히 승리자가 나오지 않을 확률은 $\frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{4}{27}$ 이다.