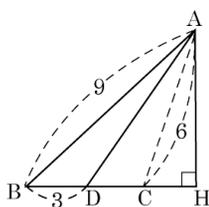


1. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 \overline{CH} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

$$9 : 6 = 3 : \overline{DC} \quad \therefore \overline{DC} = 2$$

$$\triangle ACH \text{에서 } \overline{AH}^2 = 6^2 - \overline{CH}^2 \quad \dots \text{㉠}$$

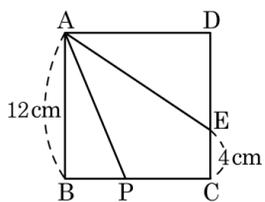
$$\text{마찬가지로 } \triangle ABH \text{에서 } \overline{AH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2 \quad \dots \text{㉡}$$

㉠ = ㉡에서

$$6^2 - \overline{CH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2, \quad 10 \times \overline{CH} = 20$$

$$\overline{CH} = 2$$

2. 한 변의 길이가 12cm 인 정사각형 ABCD 에서 \overline{BC} 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 \overline{AE} 이다. $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, \overline{AP} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 13 cm

해설

\overline{AE} 의 연장선과 \overline{BC} 의 연장선의 교점을 F 라 하자.

$\triangle ECF \sim \triangle ABF$ 이므로

$$12 : 4 = (\overline{CF} + 12) : \overline{CF}$$

$$\therefore \overline{CF} = 6\text{cm}$$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle APF$ 는 이등변삼각형

$\overline{AP} = \overline{PF} = x\text{cm}$ 라 하면

$$\overline{BP} = 18 - x(\text{cm})$$

$\triangle ABP$ 에서

$$x^2 = 12^2 + (18 - x)^2$$

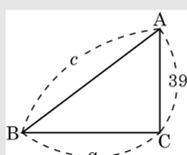
$$\therefore x = 13(\text{cm})$$

3. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1014

해설



위의 그림의 \overline{AB} 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.

(단, a, c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 39^2 + a^2, \quad c^2 - a^2 = 39^2$$

$$(c - a)(c + a) = 3^2 \times 13^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면

a 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + a > c - a$ 인 경우를 순서쌍 $(c + a, c - a)$ 로 나타내어 보면

$$(c + a, c - a) = (13^2, 3^2), (13^2 \times 3, 3), \\ (13 \times 3^2, 13), (13^2 \times 3^2, 1)$$

이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는

$$c + a = 13 \times 3^2, \quad c - a = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 52, \quad c = 65$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014 \text{ 이다.}$$

4. $m > n$ 이고, $a = m^2 + n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 - n^2$ 일 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 직각삼각형

해설

$$a^2 = (m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$$

$$b^2 + c^2 = (2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 \\ = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$$

$a^2 = b^2 + c^2$ 이므로 직각삼각형이다.

5. $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 를 각각 1 : 2 로 내분하는 점을 D, E 라 할 때, $\overline{CD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

점 D, E 가 변 AB, AC 를 각각 1 : 2 로 내분하므로

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

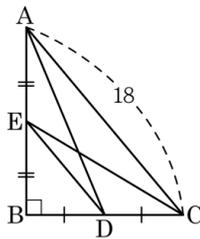
$\therefore \overline{DE} = 4$

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$

$\therefore \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$
 $= \overline{BC}^2 + \overline{DE}^2$
 $= 12^2 + 4^2$
 $= 160$

6. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 이고, D, E 는 각각 \overline{BC} , \overline{AB} 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x$, $\overline{BD} = y$ 라고 두자.

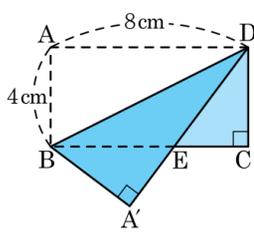
$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2$, $x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2$, $\overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 = 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2)$
 $= 5 \cdot 81 = 405$

7. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 4cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었을 때, EC의 길이를 구하여라.



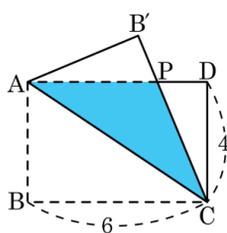
▶ 답: cm

▷ 정답: 3cm

해설

$\triangle DCE$ 와 $\triangle BA'E$ 에서
 $\angle DCE = \angle BA'E = 90^\circ$
 $\angle BEA' = \angle DEC$ (맞꼭지각)
 $\overline{BA'} = \overline{DC}$ 이므로
 $\triangle DCE \cong \triangle BA'E$
 따라서 $\overline{EC} = x$ (cm) 일 때,
 $\overline{A'E} = x$ cm, $\overline{BE} = 8 - x$ (cm)
 $(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$
 따라서 $x = 3$ cm 이다.

8. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 6, 4인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B'C가 변 AD와 만나는 점을 P라고 할 때, $\triangle ACP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{26}{3}$

해설

\overline{AP} 의 길이를 x 라 하면

$$\overline{PD} = 6 - x$$

$\triangle AB'P$ 와 $\triangle CDP$ 는 서로 합동이므로

$$\overline{PD} = \overline{PB'} = 6 - x$$

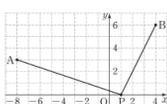
$$x^2 = (6 - x)^2 + 4^2, x = \frac{13}{3}$$

($\triangle ACP$ 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 4 = \frac{26}{3}$$

9.

다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(-8, 3)$, $B(4, 6)$ 과 x 축 위의 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이가 최소일 때, \overline{AP} 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

오른쪽 그림과 같이 점 A 와 x 축에 대하여 대칭인 점을 A' 이라 하면

$A'(-8, -3)$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$$

$$\overline{A'B}^2 = (8+4)^2 + (3+6)^2 = 225 \quad \therefore \overline{A'B} = 15$$

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이가 최소일 때의 점 P 의 위치를 P' 이라 하면

$\triangle A'CP'$ 과 $\triangle BDP'$ 에서

$\angle A'P'C = \angle BP'D$ (맞꼭지각),

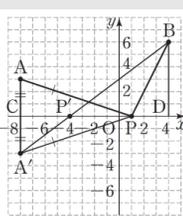
$\angle A'CP' = \angle BDP' = 90^\circ$

$\therefore \triangle A'CP' \sim \triangle BDP'$ (AA 닮음)

$$\overline{A'P'} : \overline{BP'} = \overline{A'C} : \overline{BD} = 3 : 6 = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{A'P'} = \frac{1}{3} \overline{A'B} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

따라서 구하는 \overline{AP} 의 길이는 5이다.



10. 좌표평면 위의 점 $A(3, 1)$, $P(0, p)$, $Q(p-1, 0)$, $B(-2, 6)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

▶ 답:

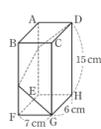
▷ 정답: $-\frac{8}{5}$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점 $B'(-2, 5)$
점 A 와 B' 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 가 최소가 된다.
이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB' 의 기울기와 같고,
 $\overline{AB'}$ 의 방정식은 $y - 1 = \frac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\frac{4}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{8}{5}$
이다.

11.

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 G에서 출발하여 길면을 따라 \overline{BF} , \overline{AE} 를 지나 점 D에 이르는 최단 거리를 구하시오.



▶ 답:

▷ 정답: 25cm

해설

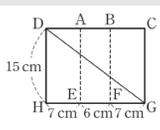
오른쪽 그림의 전개도에서

구하는 최단 거리는

\overline{DG} 의 길이이므로

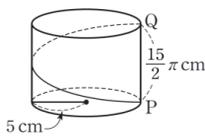
$$\overline{DG}^2 = 15^2 + 20^2 = 625$$

$$\therefore \overline{DG} = 25 \text{ (cm)}$$



12.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm 이고 높이가 $\frac{15}{2}\pi$ cm 인 원기둥이 있다. 이때 점 P에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 점 Q에 이르는 최단 거리를 구하시오.

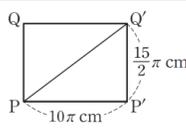


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}\pi$ cm

해설

밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 5 = 10\pi$ (cm)
 오른쪽 그림의 전개도에서
 구하는 최단 거리는 $\overline{PQ'}$ 의
 길이이므로

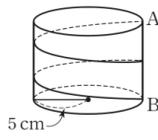


$$\triangle PP'Q' \text{에서 } \overline{PQ'}^2 = (10\pi)^2 + \left(\frac{15}{2}\pi\right)^2 = \frac{625}{4}\pi^2$$

$$\therefore \overline{PQ'} = \frac{25}{2}\pi \text{ (cm)}$$

13.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm인 원기둥에서 점 B에서 출발하여 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 A에 이르는 최단 거리가 $\frac{41}{2}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.

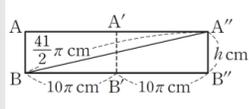


▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{2}\pi$ cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$ (cm)
원기둥의 높이를 h cm라 하면



위의 전개도에서

$$h^2 = \left(\frac{41}{2}\pi\right)^2 - (20\pi)^2 = \frac{81}{4}\pi^2 \quad \therefore h = \frac{9}{2}\pi$$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{9}{2}\pi$ cm이다.

14. 3, 4, 5, 6, 8, 10 중에 세 개의 수를 골랐을 때, 세 수를 각각 한 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 수 있는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 13가지

해설

삼각형의 작은 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 커야 하므로 경우의 수는

(3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 6, 8), (3, 8, 10), (4, 5, 6),
(4, 5, 8), (4, 6, 8), (4, 8, 10) (5, 6, 8), (5, 6, 10), (5, 8, 10),
(6, 8, 10)

이므로 모두 13가지이다.

18. 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 경우의 수는 12가지이다.
- ㉡ 동전은 앞면, 주사위는 2의 배수의 눈이 나올 경우의 수는 3가지이다.
- ㉢ 동전은 뒷면, 주사위는 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

$$\ominus \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

19. 다음 그림은 어느 해 6월의 달력이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

일 월 화 수 목 금 토						
		1	2	3	4	
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

- ① 임의로 선택한 날이 수요일일 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.
 ② 임의로 선택한 날의 숫자에 0 이 있을 확률은 $\frac{1}{10}$ 이다.
 ③ 임의로 선택한 날이 소수일 확률은 $\frac{3}{10}$ 이다.
 ④ 임의로 선택한 날이 7 의 배수일 확률은 $\frac{2}{15}$ 이다.
 ⑤ 임의로 선택한 날이 24 의 약수일 확률은 $\frac{4}{15}$ 이다.

해설

③ 1 부터 30 까지 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 로 모두 10 개이므로

구하는 확률은 $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ 이다.

20. 1에서 5까지의 숫자가 적힌 5장의 카드를 차례로 늘어놓을 때, 양끝의 숫자가 홀수일 확률을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

왼쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 3 가지

오른쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 2 가지

가운데 세 칸을 채워 늘어놓는 경우의 수 : $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

따라서 양 끝에 홀수가 오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 6 = 36$ (가지)

$$\therefore \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

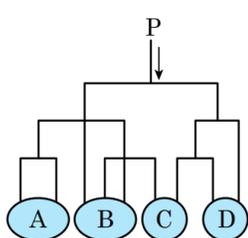
21. 0부터 5까지의 숫자가 적힌 6장의 카드에서 3장을 뽑아 3 자리 정수를 만들 때, 그 수가 320 미만일 확률은?

- ① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{11}{30}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{49}{120}$

해설

모든 경우의 수 : $5 \times 5 \times 4 = 100$ (가지)
백의 자리 숫자가 3 인 경우
i) 십의 자리 숫자가 1 인 경우 : 4 가지
ii) 십의 자리 숫자가 0 인 경우 : 4 가지
백의 자리 숫자가 2 인 경우 : $5 \times 4 = 20$ (가지)
백의 자리 숫자가 1 인 경우 : $5 \times 4 = 20$ (가지)
 $\therefore \frac{4 + 4 + 20 + 20}{5 \times 5 \times 4} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

23. 어떤 정보 P 는 다음과 같은 논리 회로를 통해 A, B, C, D 중의 한 자료에 접근한다. 각각은 분기점마다 어느 한쪽의 회로를 선택할 확률은 같을 때, 정보 P 가 자료 A 또는 C 에 접근할 확률을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{25}{72}$

해설

A 자료에 접근할 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

C 자료에 접근할 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{72}$$

따라서 A 또는 C 자료에 접근할 확률은 $\frac{1}{6} + \frac{13}{72} = \frac{25}{72}$ 이다.

24. 5 개의 제비 중에서 3 개의 당첨 제비가 상자 속에 있다. 이 중에서 세 사람이 연속하여 1 개씩 제비를 뽑을 때, A, B, C 세 사람이 모두 당첨될 확률은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{9}{125}$ ⑤ $\frac{27}{135}$

해설

A 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}$ 이고, B 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, C 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

25. 1부터 1000까지의 자연수 중에서 하나를 선택할 때, 숫자 0 을 적어도 1개는 포함하는 수를 고를 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{181}{1000}$

해설

1부터 1000까지의 자연수의 개수는 1000 개이고

(1) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 한 자리 자연수 : 9 개

(2) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 두 자리 자연수 : $9 \times 9 = 81$ 개

(3) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 세 자리 자연수 : $9 \times 9 \times 9 =$

729 개

숫자 0 을 적어도 한 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1),

(2), (3)의 경우의 수를 뺀 것이므로

구하는 확률은 $1 - \frac{9 + 81 + 729}{1000} = \frac{181}{1000}$ 이다.

26. 명중률이 각각 $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{1}{3}$ 인 A, B, C 세 사람이 동시에 1 개의 목표물에 1 발씩 쏘았을 때, 목표물이 맞을 확률은?

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{27}{35}$ ⑤ $\frac{31}{35}$

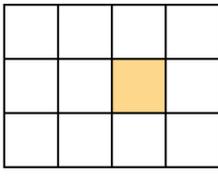
해설

세 사람이 모두 목표물을 맞지 못할 확률은

$$\left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \left(1 - \frac{5}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{35}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}$

27. 다음 도형은 가로 길이가 4 이고 세로 길이가 3 인 직사각형을 가로와 세로 길이가 각각 1 인 정사각형으로 분할하여 만든 도형이다. 이 도형의 선분으로 만들 수 있는 직사각형이 색칠한 부분을 포함하는 정사각형이 될 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

만들 수 있는 직사각형의 개수는

$$\frac{4 \times 3}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 60 \text{ (가지)}$$

만들 수 있는 정사각형의 개수는

- (1) 한 변의 길이가 1 인 경우 : 1 가지
- (2) 한 변의 길이가 2 인 경우 : 4 가지
- (3) 한 변의 길이가 3 인 경우 : 2 가지

따라서 직사각형이 색칠한 부분을 포함하는 정사각형이 될 확률

은 $\frac{b}{a} = \frac{7}{60}$ 이다.

$\therefore a-b = 60-7 = 53$